




Департамент образования Ивановской области
областное государственное бюджетное
профессиональное образовательное учреждение
«Шуйский технологический колледж»
155901 г. Шуя, Ивановская обл., Учебный городок, 1
 (49351) 4-70-81  www.prof4.ru  liceyshuya@mail.ru

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для обучающихся

по выполнению практических работ
по учебной дисциплине

ОП.02. ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Рекомендации и общие требования к выполнению практических работ

Прежде чем приступить к выполнению задания, следует изучить соответствующий теоретический материал по учебнику или конспекту лекций и подробно разобрать приведенные там примеры; разобрать задачи, рассмотренные на практических занятиях.

Приступая к решению задания, надо разобраться в условии задачи и рисунке.

Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие с числовыми данными, составить аккуратный эскиз в масштабе и указать на нем в числах все величины, необходимые для расчета.

Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными без сокращения слов объяснениями и чертежами, на которых все входящие в расчет величины должны быть показаны в числах. Надо избегать многословных пояснений и пересказа учебника: студент должен знать, что язык техники - формула и чертеж. При пользовании формулами или данными, отсутствующими в учебнике, необходимо кратко и точно указывать источник (автор, название, издание, страница, номер формулы).

Не следует вычислять большое число значащих цифр, вычисления должны соответствовать необходимой точности. Нет необходимости длину деревянного бруса в стропилах вычислять с точностью до миллиметра, но было бы ошибкой округлять до целых миллиметров диаметр вала, на который будет насажен шариковый подшипник.

Чертежи, схемы следует выполнять при помощи чертежных принадлежностей.

Все параметры, необходимые для расчета: векторы, оси координат, углы, размеры должны быть изображены на рисунке.

Чертеж должен быть аккуратным, его размеры должны позволить ясно показать все силы или векторы скорости и ускорения и др.; показывать все эти векторы и координатные оси на чертеже, а также указывать единицы получаемых величин *нужно обязательно*. Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, как получаются те или иные результаты и т.д.) и *подробно излагать весь ход расчетов*. На каждой странице следует оставлять поля для замечаний преподавателя.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ АНАЛИТИЧЕСКИ.

Цели: 1. Обучающая: закрепить знания по определению равнодействующей ПССС аналитическим и графическим способами

2. Развивающая: выяснить, уравновешена ли заданная система сил, сформировать навыки построения силового многоугольника и определения проекций сил на оси

3. Воспитательная: воспитать трудолюбие, аккуратность

Оборудование: инструкция к практической работе, калькулятор, чертежные инструменты

Порядок выполнения работы

1. Запишите в отчет название работы и цель.
2. Прочитайте теоретическое обоснование, внимательно рассмотрите алгоритм решения задачи и приведенные примеры.
3. Самостоятельно выполните задания по предложенному преподавателем варианту, сделайте вывод по решенной задаче.
4. Запишите в отчет ответы на контрольные вопросы.
5. Сформулируйте вывод по практической работе

Теоретическое обоснование

Исследование любой системы сил начинают с определения взаимного расположения этих сил. Если линии действия всех сил расположены в одной плоскости и пересекаются в одной точке, то они образуют плоскую систему сходящихся сил.

Число сил, образующих данную систему может быть любым. Последовательно складывая силы, их приводят к одной равнодействующей силе. Один из главных вопросов, который следует решить, исследуя систему сил, - это вопрос о том, является ли данная система уравновешенной или не уравновешенной.

Необходимым и достаточным признаком уравновешенности системы сходящихся сил, является равенство нулю их равнодействующей силы. Точка, к которой приложена уравновешенная система сил, находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.

Сложение сил можно производить двумя способами: графическим и аналитическим. Графическое сложение плоской системы сходящихся сил производят путем построения силового многоугольника. Последовательность построения силового многоугольника приведена в таблице 1.1

Графический способ позволяет довольно быстро и наглядно произвести сложение системы сил, но точность определения величины и направления сил зависит от точности выполненных построений.

Более точные результаты можно получить, применяя аналитический способ, основанный на вычислении проекций сил на оси координат. Последовательность вычисления равнодействующей плоской системы сходящихся сил аналитически способом приведена в таблице 1.2.

Определение проекций силы на ось для различных вариантов расположения силы относительно оси представлено на рисунке 1.1

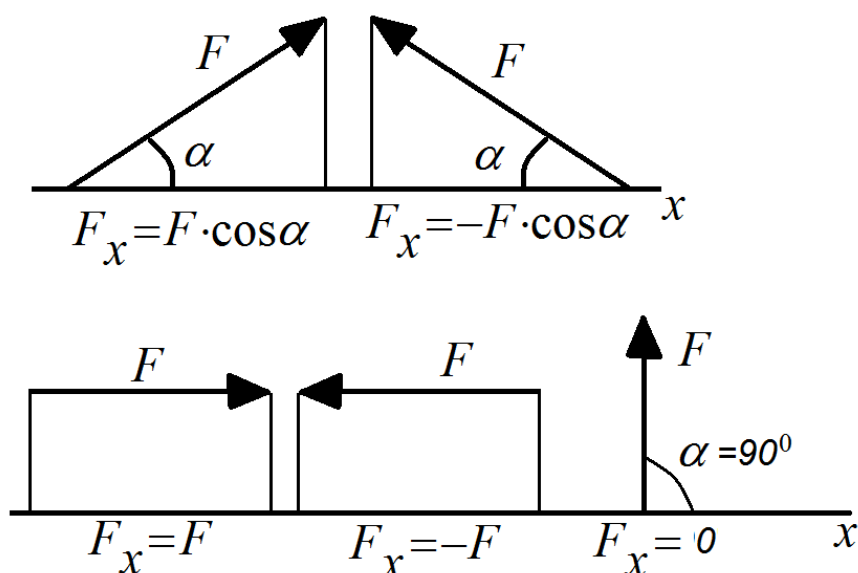


Рисунок 1.1

Алгоритм решения задачи

Таблица 1.1 — Последовательность действий при построении силового многоугольника

№ п/п	Наименование операций	Эскиз
1	Из произвольной точки отложить первый вектор силы	
2	Из конца первого вектора отложить вектор второй силы	
3	Из конца второго вектора отложить вектор третьей силы и т. д. Повторить n-1 раз	
4	Направить замыкающий вектор от начала первого вектора в конец последнего	
5	Определить величину и направление равнодействующей и сделать вывод об уравно-	

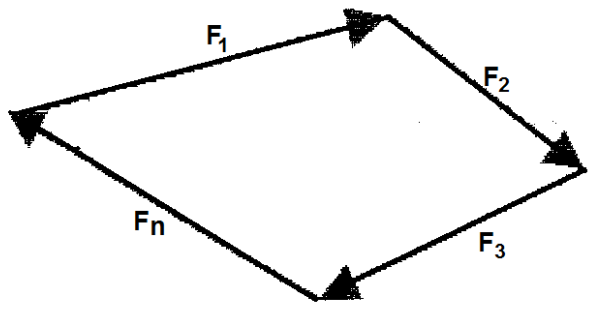
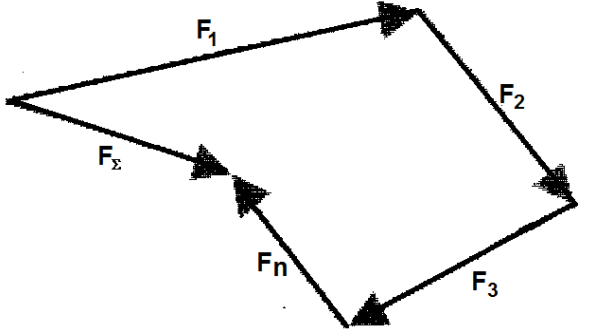
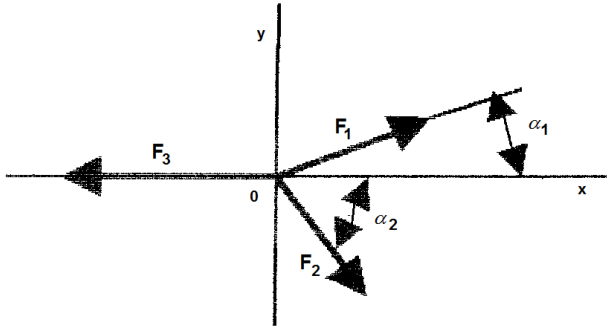
№ п/п	Наименование операций	Эскиз
	вешенности системы:	
	а) система уравновешена, если силовой многоугольник замкнут	
	б) если силовой многоугольник не замкнут, то система сил не уравновешена	

Таблица 1.2 — Последовательность действий при определении равнодействующей аналитическим способом

№ п/п	Наименование операций	Эскиз
1	Изобразить схематически тело и заданные силы. Найти точку пересечения этих сил.	
2	Провести оси координат так, чтобы одна ось была перпендикулярна некоторым силам. Начало координат совместить с точкой пересечения сил. Указать острые углы, образованные с осями координат.	
3	Вычислить величину проекций равнодействующей силы на оси координат. Она определяется как сумма проекций всех сил системы на эти оси.	$F_{\Sigma X} = \Sigma F_{nx} = F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 - F_3$ $F_{\Sigma Y} = \Sigma F_{ny} = F_1 \cos(90^\circ - \alpha_1) - F_2 \cos(90^\circ - \alpha_2)$
4	Вычислить равнодействующую по формуле	$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma X}^2 + F_{\Sigma Y}^2}$
5	Вычислить тангенс угла наклона равнодействующей к оси абсцисс и определить угол α	$\operatorname{tg} \alpha = \left \frac{F_{\Sigma Y}}{F_{\Sigma X}} \right \quad \alpha = \operatorname{arctg} \left \frac{F_{\Sigma Y}}{F_{\Sigma X}} \right $
6	Определить, уравновешена ли система	<p>а) при $F_{\Sigma} = 0$ система уравновешена</p> <p>б) при $F_{\Sigma} \neq 0$ система сил не уравновешена</p>

Пример: Для заданной плоской системы сходящихся сил (рисунок 1.4) определить равнодействующую аналитическим и графическим способами. Выявить, уравновешена ли система.

Дано: $F_1 = 20H$, $\alpha_1 = 45^\circ$

$F_2 = 30H$, $\alpha_2 = 0^\circ$

$F_3 = 42H$, $\alpha_3 = 240^\circ$

Найти: F_Σ , α

Решение

I. Аналитический способ

1. Перестраиваем силы согласно заданных углов (рисунок 1.2)

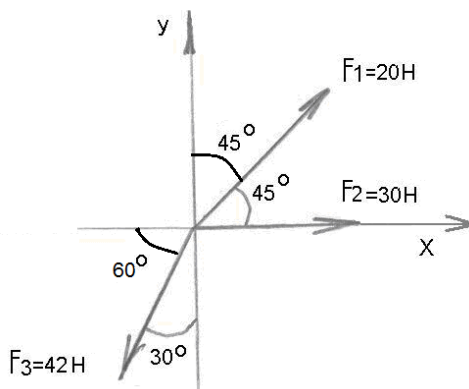


Рисунок 1.2

2. Задаем оси координат так, чтобы одна ось была перпендикулярна некоторым силам. Начало координат совмещаем с точкой пересечения сил. Указываем острые углы, образованные силами с осями координат

3. Определяем проекции равнодействующей на 3 данные оси координат.

$$F_{\Sigma X} = \Sigma F_{nx} = F_1 \cos 45^\circ + F_2 - F_3 \cos 60^\circ = 20 \cdot 0,707 + 30 - 42 \cdot 0,5 = 23,1H$$

$$F_{\Sigma Y} = \Sigma F_{ny} = F_1 \cos 45^\circ - F_3 \cos 30^\circ = 20 \cdot 0,707 - 42 \cdot 0,866 = -24,1H$$

4. Определяем величину равнодействующей

$$F_\Sigma = \sqrt{F_{\Sigma X}^2 + F_{\Sigma Y}^2} = \sqrt{23,1^2 + (-24,1)^2} = 33,4H$$

5. Вычисляем тангенс угла наклона равнодействующей к оси абсцисс и определяем угол α

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{F_{\Sigma Y}}{F_{\Sigma X}} \right| = \left| \frac{-24,1}{23,1} \right| = |-1,043| = 1,043$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left| \frac{F_{\Sigma Y}}{F_{\Sigma X}} \right| = \operatorname{arctg} 1,043 \approx 46^\circ$$

6. Определяем, уравновешена ли система. Т.к. $F_\Sigma = 33,4H \neq 0$, то система не уравновешена

II. Графический способ.

1. Выбираем масштаб построения, исходя из величины заданных сил. Для нашей задачи принимаем масштаб $\mu = 5 \frac{H}{cm}$

2. Определяем длины отрезков, изображающих силы.

$$oa = l_1 = \frac{F_1}{\mu} = \frac{20}{5} = 4 \text{ см}$$

$$ab = l_2 = \frac{F_2}{\mu} = \frac{30}{5} = 6 \text{ см}$$

$$bc = l_3 = \frac{F_3}{\mu} = \frac{42}{5} = 8,4 \text{ см}$$

3. Строим силовой многоугольник (рисунок 1.3). Из произвольной точки o откладываем отрезок oa , изображающий вектор силы F_1 . Следует помнить, что силы необходимо строить так, как они заданы на рисунке, т.е. с учетом расположения сил под определенными углами и с учетом их направления. К концу отрезка oa (сила F_1) достраиваем отрезок ab , изображающий вектор силы F_2 . Далее к концу отрезка ab достраиваем отрезок bc , изображающий вектор силы F_3 . Проводим равнодействующую силу – это будет вектор, выходящий из начала первого вектора (точки o) и идущий в конец последнего вектора (к точке c)

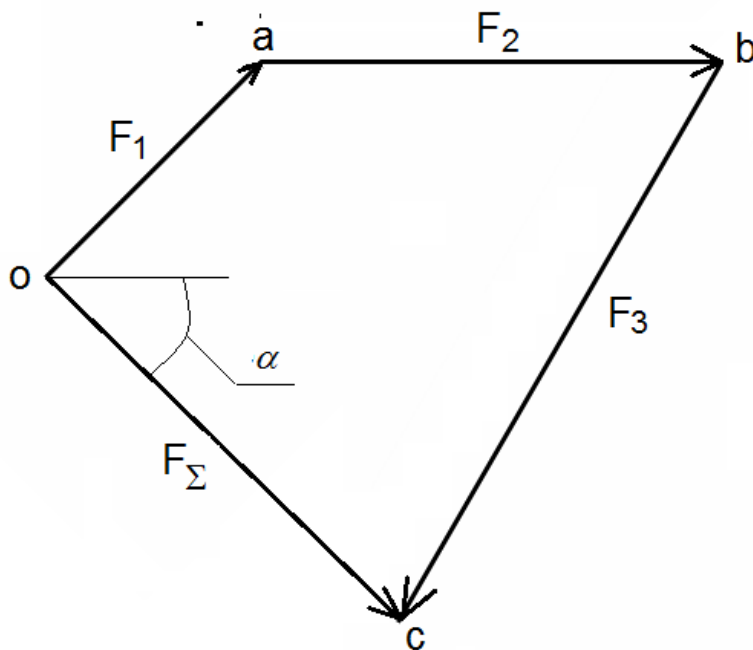


Рисунок 1.3

4. Определяем величину равнодействующей и угол ее наклона к оси абсцисс. Для определения величины равнодействующей линейкой измеряем отрезок oc .
 $oc = 6,6 \text{ см}$

Определяем равнодействующую: $F_{\Sigma} = oc \cdot \mu = 6,6 \cdot 5 = 33 \text{ Н}$

С помощью транспортира измеряем угол наклона равнодействующей к оси абсцисс (угол α): $\alpha = 46^\circ$

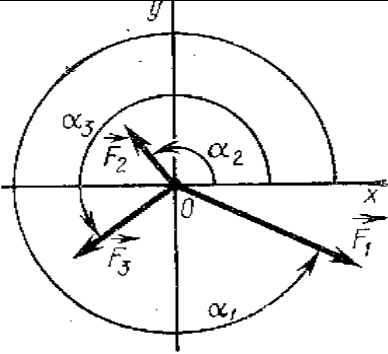
5. Делаем вывод об уравновешенности системы. Т.к. силовой многоугольник не замкнут, то система не уравновешена.

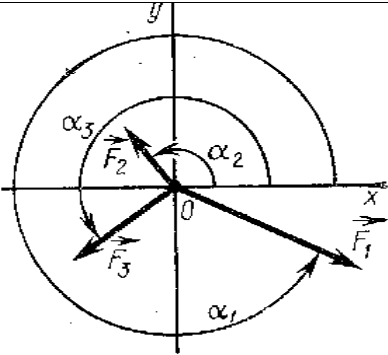
III. Окончательный вывод по задаче: Т.к. результаты определения равнодействующей и угла ее наклона к оси абсцисс в обоих способах решения примерно равны, то задача решена верно. Данная система не уравновешена.

Задания для практической работы

Для заданной плоской системы сходящихся сил определить равнодействующую аналитическим и графическим способами. Выявить, уравновешена ли система. Исходные данные по вариантам представлены в таблице 1.3.

Таблица 1.3 — Исходные данные

Вариант	<div style="text-align: center;">  <p>Рисунок 1.4</p> </div>					
	Заданные силы, Н			Угол между силой и осью x. град		
	F_1	F_2	F_3	α_1	α_2	α_3
1	9	7	4	330	120	210
2	6	5	3	60	135	270
3	2	3	8	120	180	300
4	3	4	6	45	150	240
5	5	2	9	30	180	225
6	4	6	8	90	150	270
7	3	9	6	270	120	60
8	1	7	8	300	60	150
9	8	6	4	135	210	330
10	2	7	9	20	110	200
11	3	5	6	40	160	270
12	4	7	1	60	140	220
13	5	4	3	75	180	225
14	6	3	9	80	120	330
15	7	5	4	210	130	30
16	8	1	3	180	225	45
17	5	7	8	45	190	240
18	4	9	2	20	200	270
19	3	2	9	140	80	120
20	2	8	5	135	30	290
21	7	8	9	150	45	330
22	1	7	3	120	60	20
23	3	4	5	60	300	90
24	2	1	9	150	240	270
25	4	3	6	45	90	180
26	8	7	9	60	120	300
27	9	1	4	20	210	90
28	3	4	6	110	200	310
29	1	6	9	60	110	225

Вариант						
	Рисунок 1.4					
	Заданные силы, Н			Угол между силой и осью x. град		
	F_1	F_2	F_3	α_1	α_2	α_3
30	4	8	2	45	135	315

Вывод о достигнутых целях работы.

Контрольные вопросы

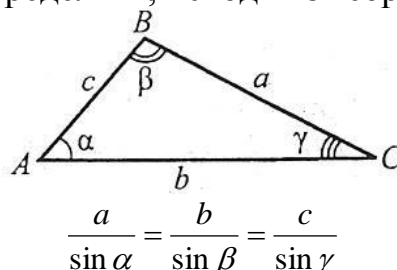
1. Какая система сил приложена в точке, находящейся в покое?
2. Чему равна равнодействующая уравновешенной системы сил?
3. Укажите последовательность построения силового многоугольника для системы сходящихся сил.
4. Можно ли, построив силовой многоугольник, определить, уравновешена ли система?
5. Как методом проекций вычислить величину равнодействующей плоской системы сходящихся сил и угол, определяющий ее направление?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИИ СВЯЗЕЙ ГРАФИЧЕСКИ.

Последовательность решения задачи

1. Выбрать тело (точку), равновесие которого следует рассматривать.
2. Освободить тело от связей и изобразить действующие на него силы и реакции отброшенных связей.
3. Построить замкнутый силовой треугольник, соблюдая параллельность переноса сил и реакций.
4. Расставить углы в силовом треугольнике, согласно исходным данным и схеме задачи.
5. Реакции связей можно определить, исходя из теоремы синусов:



6. Проверить правильность полученных результатов можно используя любой из следующих способов:

1 способ - графический - в выбранном масштабе построить замкнутый силовой многоугольник.

2 способ - аналитический - решить уравнения равновесия, используя условия равновесия системы сходящихся сил на плоскости.

$$\begin{aligned}\sum F_{ix} &= 0; \\ \sum F_{iy} &= 0\end{aligned}$$

Пример. Определить реакции связей, удерживающих груз $G=100 \text{ кН}$.

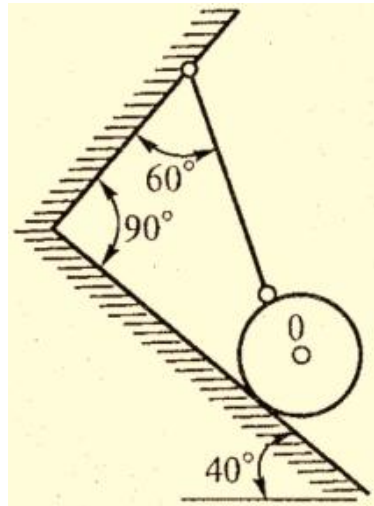


Рис. 1 - Схема задачи

Решение:

1. Рассматриваем равновесие тела (шара) (рис. 1).

2. Освобождаем тело от связей и изображаем действующие на него силы и реакции отброшенных связей (рис. 2).

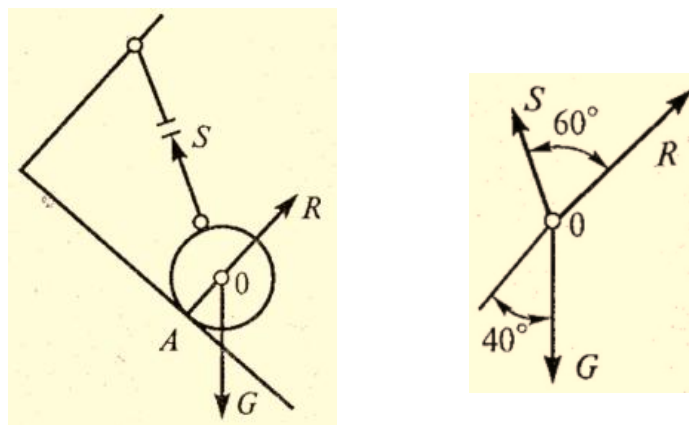


Рис. 2 - Реакции связей

3. Строим замкнутый силовой треугольник, соблюдая параллельность переноса сил и реакций и расставляем углы (рис. 3).



Рис. 3 - Силовой треугольник

4. Определяем реакции связей, исходя из теоремы синусов:

$$\frac{R}{\sin 20^\circ} = \frac{G}{\sin 120^\circ} = \frac{S}{\sin 40^\circ}$$

$$R = G \cdot \sin 20^\circ / \sin 120^\circ = 100 \cdot 0,342 / 0,866 = 39,49 \text{ кН}$$

$$S = G \cdot \sin 40^\circ / \sin 120^\circ = 100 \cdot 0,643 / 0,866 = 74,22 \text{ кН}$$

5. Проверим правильность полученных результатов используя аналитический метод.

Для этого освобождаем тело от связей, изображаем действующие на него активные силы и реакции связей, выбираем систему координат, совместив ось X по направлению с реакцией R (рис. 4) и составляем уравнения равновесия для системы сил, действующих на тело:

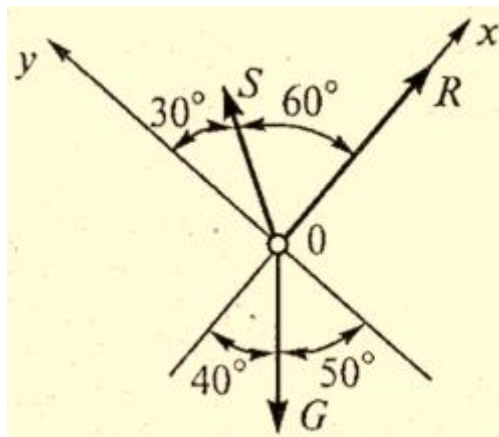


Рис. 4 - Выбор систем координат

$$\sum F_{ix} = 0; \quad R + S \cdot \cos 60^\circ - G \cdot \cos 40^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad S \cdot \cos 30^\circ - G \cdot \cos 50^\circ = 0 \quad (2)$$

6. Определяем реакции связей R и S решая уравнения.

Из уравнения (2) получаем

$$S = G \cdot \cos 50^\circ / \cos 30^\circ = 100 \cdot 0,643 / 0,866 = 74,22 \text{ кН}$$

Подставляя найденное значение S в уравнение (1), получаем

$$R = G \cdot \cos 40^\circ - S \cdot \cos 60^\circ = 100 \cdot 0,766 - 74,22 \cdot 0,5 = 39,49 \text{ кН}$$

Задача 1. Определить реакции стержней, удерживающих груз весом G . Массой стержней пренебречь. Схему своего варианта смотри на рисунке 5. Числовые данные своего варианта взять из таблицы 1.

Таблица 1 - Исходные данные

Номер схемы на рисунке 5									G
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Варианты									κH
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	11	12	13	14	15	16	17	18	20
19	20	21	22	23	24	25	26	27	30
28	29	30							40

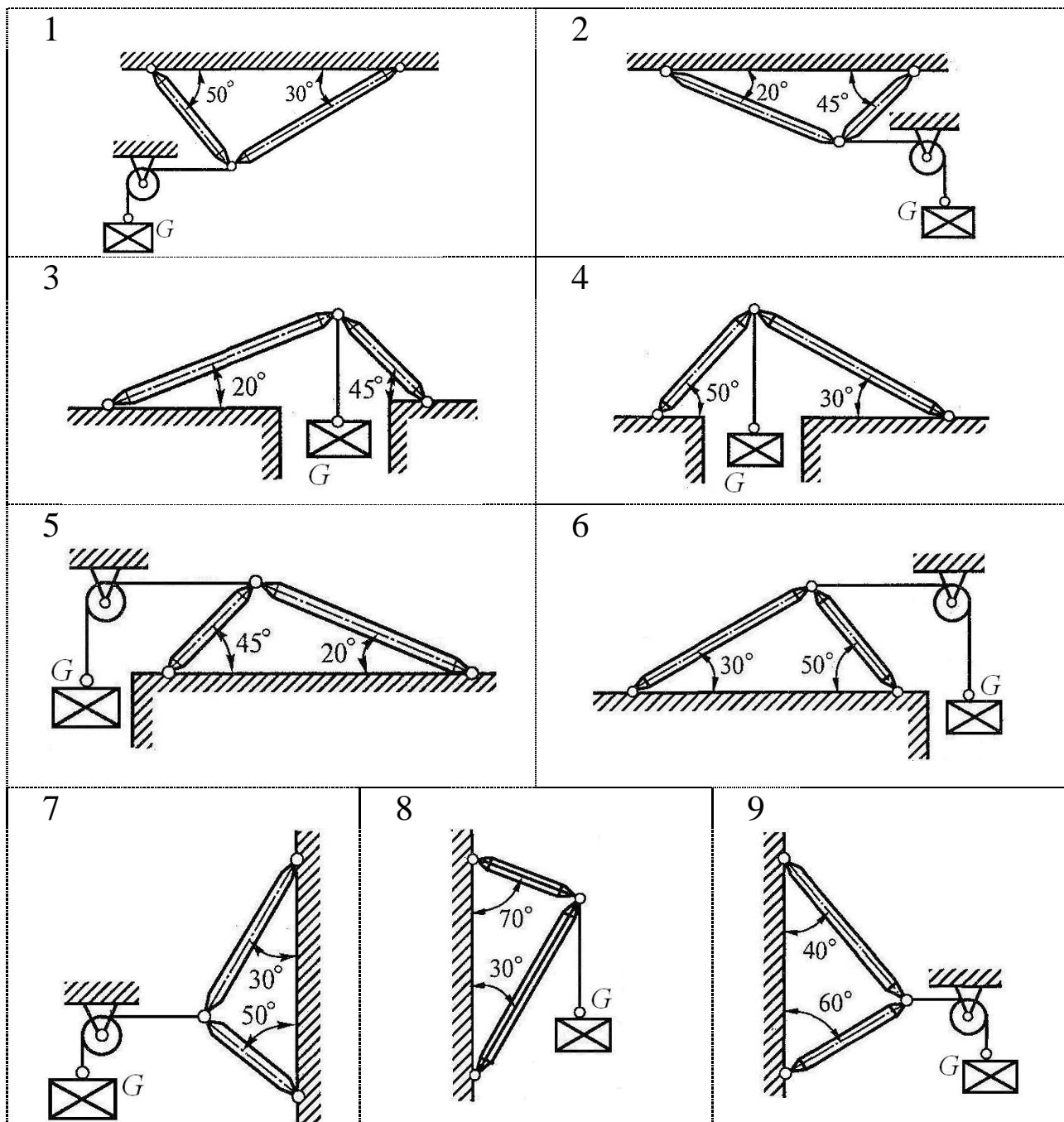
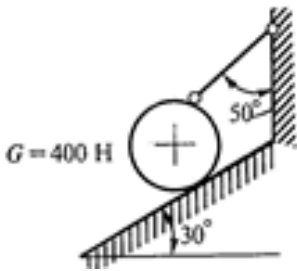
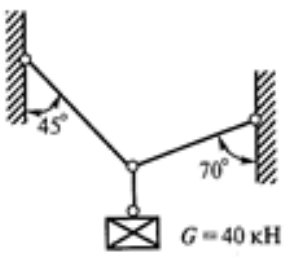
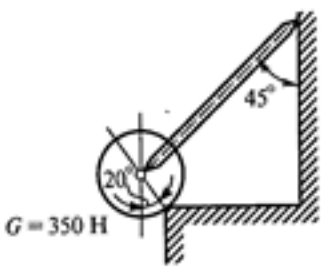
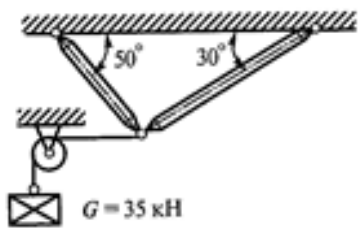
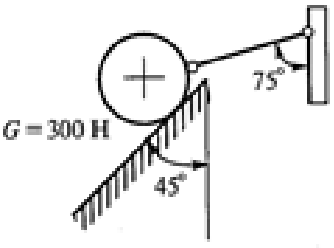
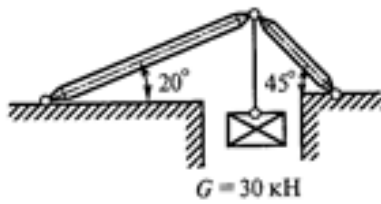
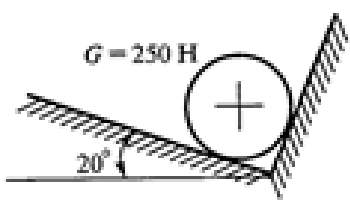
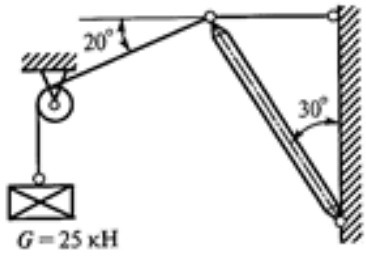
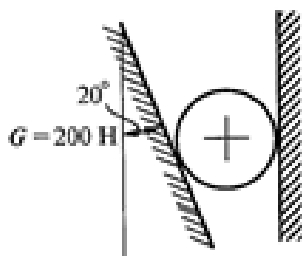
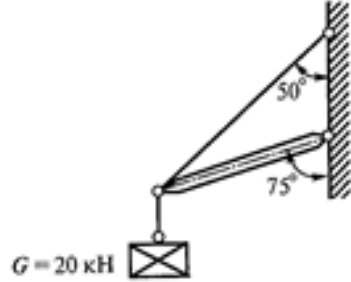
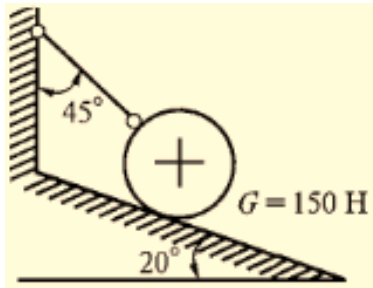


Рис. 5 - Схема задачи

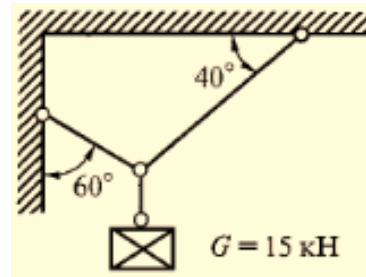
Задача 2. Определить реакции связей, удерживающих груз весом G .

<p>1</p>  <p>$G = 400 \text{ Н}$</p>	<p>2</p>  <p>$G = 40 \text{ кН}$</p>
<p>3</p>  <p>$G = 350 \text{ Н}$</p>	<p>4</p>  <p>$G = 35 \text{ кН}$</p>
<p>5</p>  <p>$G = 300 \text{ Н}$</p>	<p>6</p>  <p>$G = 30 \text{ кН}$</p>
<p>7</p>  <p>$G = 250 \text{ Н}$</p>	<p>8</p>  <p>$G = 25 \text{ кН}$</p>
<p>9</p>  <p>$G = 200 \text{ Н}$</p>	<p>10</p>  <p>$G = 20 \text{ кН}$</p>

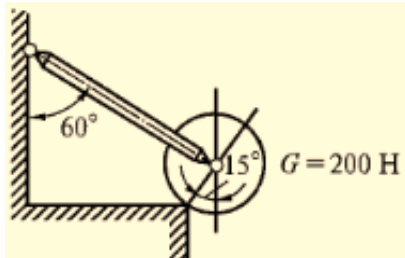
11



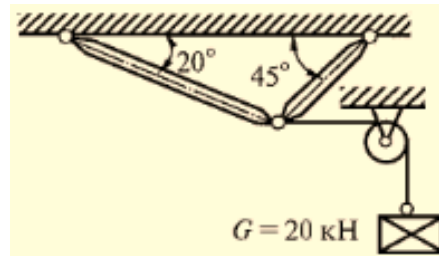
12



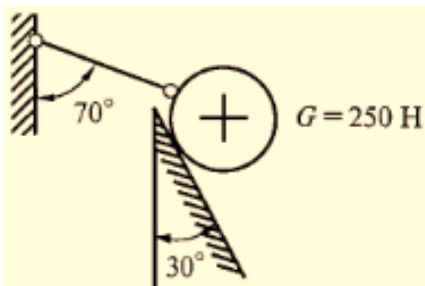
13



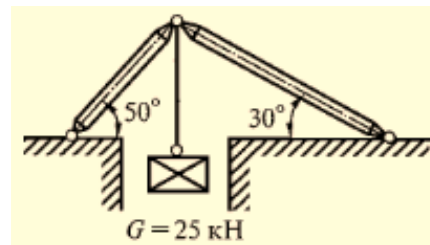
14



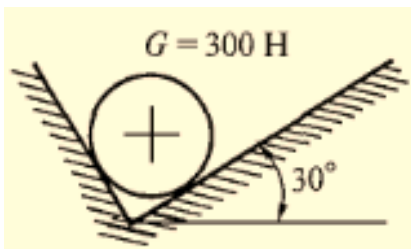
15



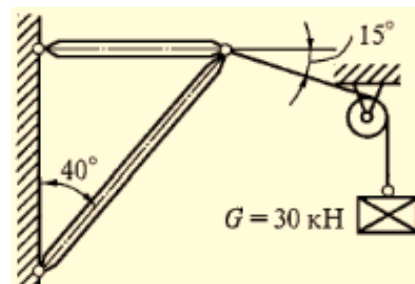
16



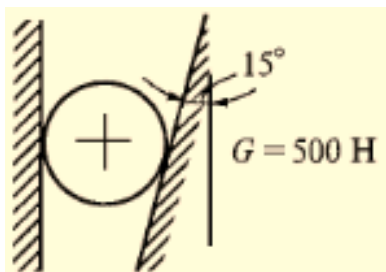
17



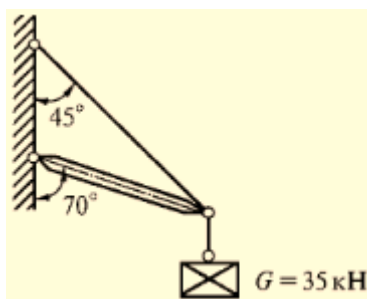
18



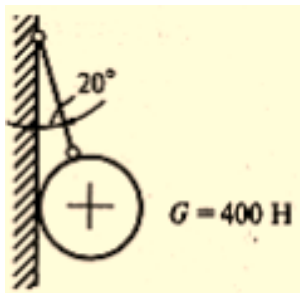
19



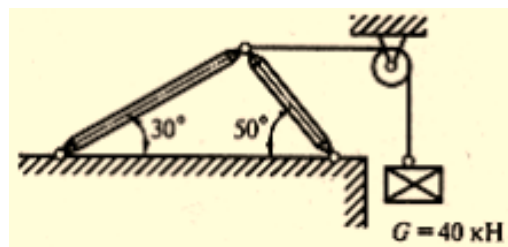
20



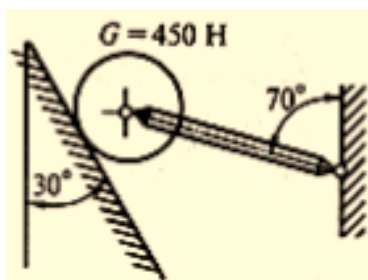
21



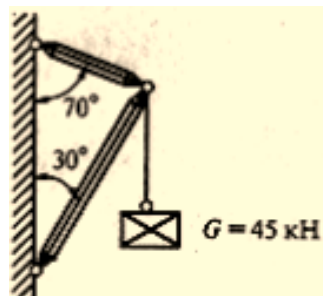
22



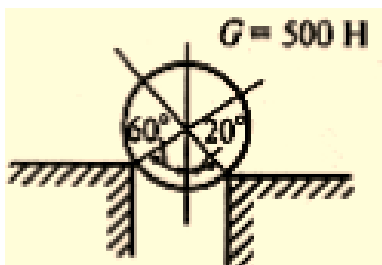
23



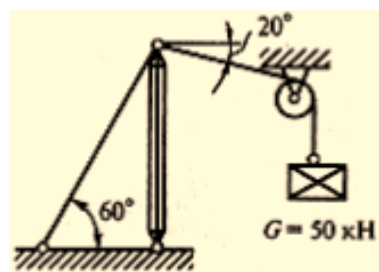
24



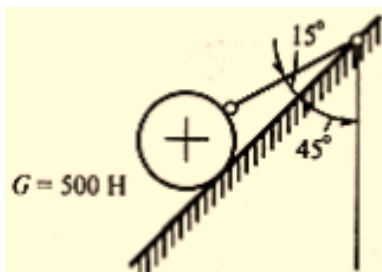
25



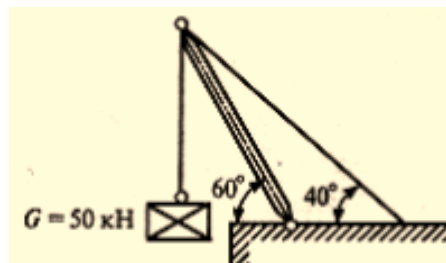
26



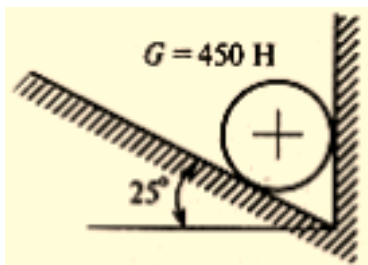
27



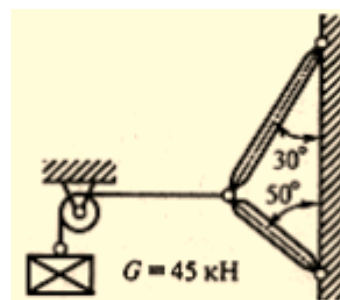
28



29



30



ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ В ШАРНИРАХ БАЛОЧНЫХ СИСТЕМ.

Последовательность решения задачи

1. Балку освободить от связей (связи) и их (его) действие заменить силами реакций.

2. Выбрать координатные оси.

3. Составить и решить уравнения равновесия.

Реакции опор можно определить, исходя из трех форм уравнений равновесия:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \quad \sum F_{ix} = 0; & \text{б)} \quad \sum F_{iy} = 0; & \text{в)} \quad \sum M_A = 0; \\ & \sum M_B = 0; & \\ & \sum M_C = 0; & \end{array}$$

4. Проверить правильность решения задачи. Проверку необходимо производить по тому уравнению равновесия, которое не было использовано при решении данной задачи (задача решена правильно лишь в том случае, если после постановки значений активных и реактивных сил в уравнение равновесия выполняется условие равновесия).

5. Сделать анализ решенной задачи (если при решении задачи реакции опор или реактивный момент получается отрицательным, то их действительное направление противоположно принятому).

Пример 1. Определить реакции опор балки, если известно

$F = 20 \text{ кН}$, $M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $q = 1 \text{ кН/м}$ (рис. 1).

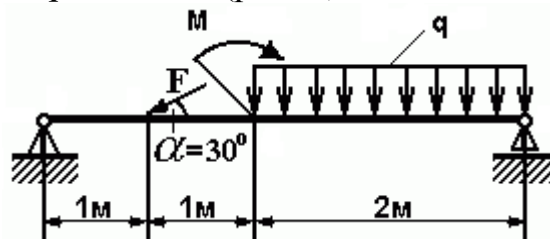


Рис. 1 - Схема задачи

Решение:

1. Изображаем балку вместе с нагрузками.

2. Выбираем расположение координатных осей, совместив ось X с балкой, а ось Y направив перпендикулярно оси X.

3. Производим необходимые преобразования заданных активных сил: силу, накопленную к оси балки под углом α, заменяем двумя взаимно перпендикулярными составляющими

$$F_x = F \cdot \cos 30^\circ = 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ кН}$$

$$F_y = F \cdot \sin 30^\circ = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ кН},$$

а равномерно распределенную нагрузку - её равнодействующей

$$Q = q \cdot CD = 1 \cdot 2 = 2 \text{ кН},$$

Равнодействующая Q приложена в середине участка CD, в точке К (рис. 2).

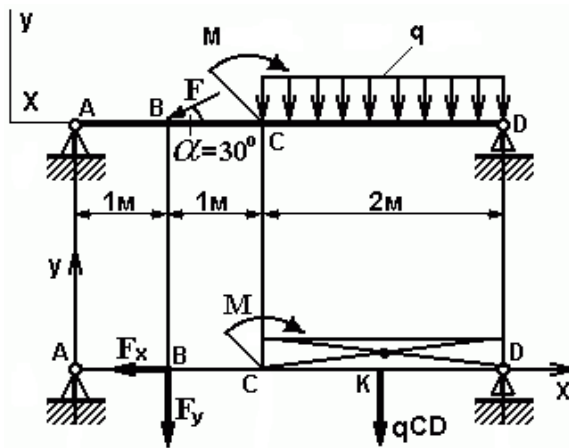


Рис. 2 - Схема преобразования заданных активных сил

4. Освобождаем балку от опор, заменив их опорными реакциями, направленными вдоль выбранных осей координат (рис 3).

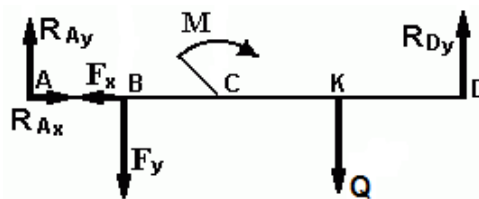


Рис. 3 - Схема реакций балки

5. Составляем уравнения равновесия статики для произвольной плоской системы сил таким образом и в такой последовательности, чтобы решением каждого из этих уравнений было определение одной из неизвестных реакций опор и определяем неизвестные реакции опор.

$$\sum M_A = 0; F_y \cdot AB + M + Q \cdot AK - R_{Dy} \cdot AD = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_D = 0; R_{Ay} \cdot AD - F_y \cdot BD + M - Q \cdot KD = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{ix} = 0; R_{Ax} - F_x = 0 \quad (3)$$

6. Определяем реакции опор балок R_{Ay} , R_{Dy} и R_{Ax} решая уравнения.

Из уравнения (1) получаем

$$R_{Dy} = F_y \cdot AB + M + Q \cdot AK / AD = 10 \cdot 1 + 10 + 2 \cdot 3 / 4 = 6,5 \text{ кН}$$

Из уравнения (2) получаем

$$R_{Ay} = F_y \cdot BD - M + Q \cdot KD / AD = 10 \cdot 3 - 10 + 2 / 4 = 5,5 \text{ кН}$$

Из уравнения (3) получаем

$$R_{Ax} = F_x = F \cdot \cos 30^\circ = 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ кН}$$

7. Проверяем правильность найденных результатов:

$$\sum F_{iy} = 0; R_{Ay} - F_y - Q + R_{Dy} = 5,5 - 10 - 2 + 6,5 = 0$$

Условие равновесия $\sum F_{iy} = 0$ выполняется, следовательно, реакции опор найдены верно.

Пример 2. Определить реакции заделки, если известно

$$F = 20 \text{ кН}, M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}, q = 1 \text{ кН/м (рис. 4).}$$

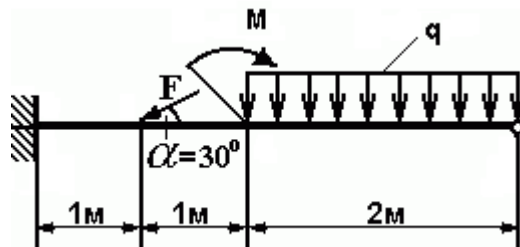


Рис. 4 - Схема задачи

Решение:

1. Изображаем балку вместе с нагрузками.
2. Выбираем расположение координатных осей, совместив ось X с балкой, а ось Y направив перпендикулярно оси X .
3. Производим необходимые преобразования заданных активных сил: силу, накопленную к оси балки под углом α , заменяем двумя взаимно перпендикулярными составляющими

$$F_x = F \cdot \cos 30^\circ = 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ кН}$$

$$F_y = F \cdot \sin 30^\circ = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ кН},$$

а равномерно распределенную нагрузку - её равнодействующей

$$Q = q \cdot CD = 1 \cdot 2 = 2 \text{ кН},$$

Равнодействующая Q приложена в середине участка CD , в точке K (рис. 5).

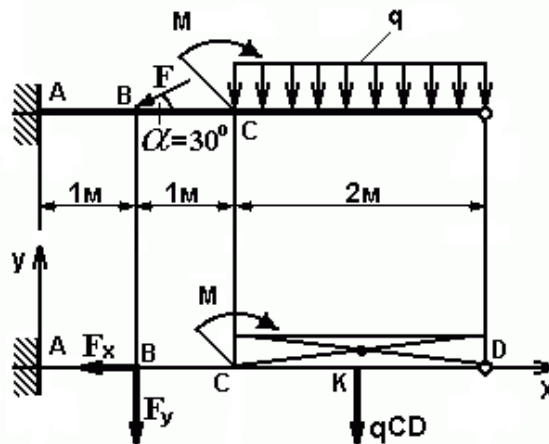


Рис. 5 - Схема преобразования заданных активных сил

4. Освобождаем балку от заделки, заменив её опорными реакциями, направленными вдоль выбранных осей координат и реактивным моментом (моментом заделки, M_3)(рис 6).

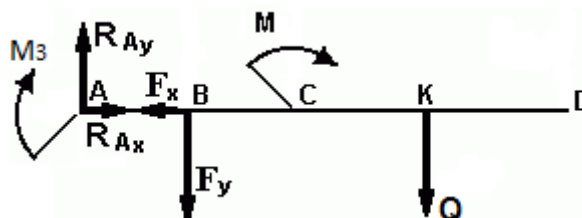


Рис. 6 - Схема реакций балки

5. Составляем уравнения равновесия статики для произвольной плоской системы сил таким образом и в такой последовательности, чтобы решением каждого из этих уравнений было определение одной из неизвестных реакций опор и определяем неизвестные реакции опор.

$$\sum M_A = 0; \quad M_3 + F_y \cdot AB + M + Q \cdot AK = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_B = 0; \quad M_3 + R_{Ay} \cdot AB + M + Q \cdot BK = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{ix} = 0; \quad R_{Ax} - F_x = 0 \quad (3)$$

6. Определяем реакции опор балки R_{Ax} , R_{Ay} и момента заделки M_3 решая уравнения.

Из уравнения (1) получаем

$$M_3 = - F_y \cdot AB - M - Q \cdot AK = - 10 \cdot 1 - 10 - 2 \cdot 3 = - 26 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Из уравнения (2) получаем

$$R_{Ay} = - Q \cdot BK - M - M_3 / AB = - 2 \cdot 2 - 10 - (-26) / 1 = 12 \text{ кН}$$

Из уравнения (3) получаем

$$R_{Ax} = F_x = F \cdot \cos 30^\circ = 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ кН}$$

7. Проверяем правильность найденных результатов:

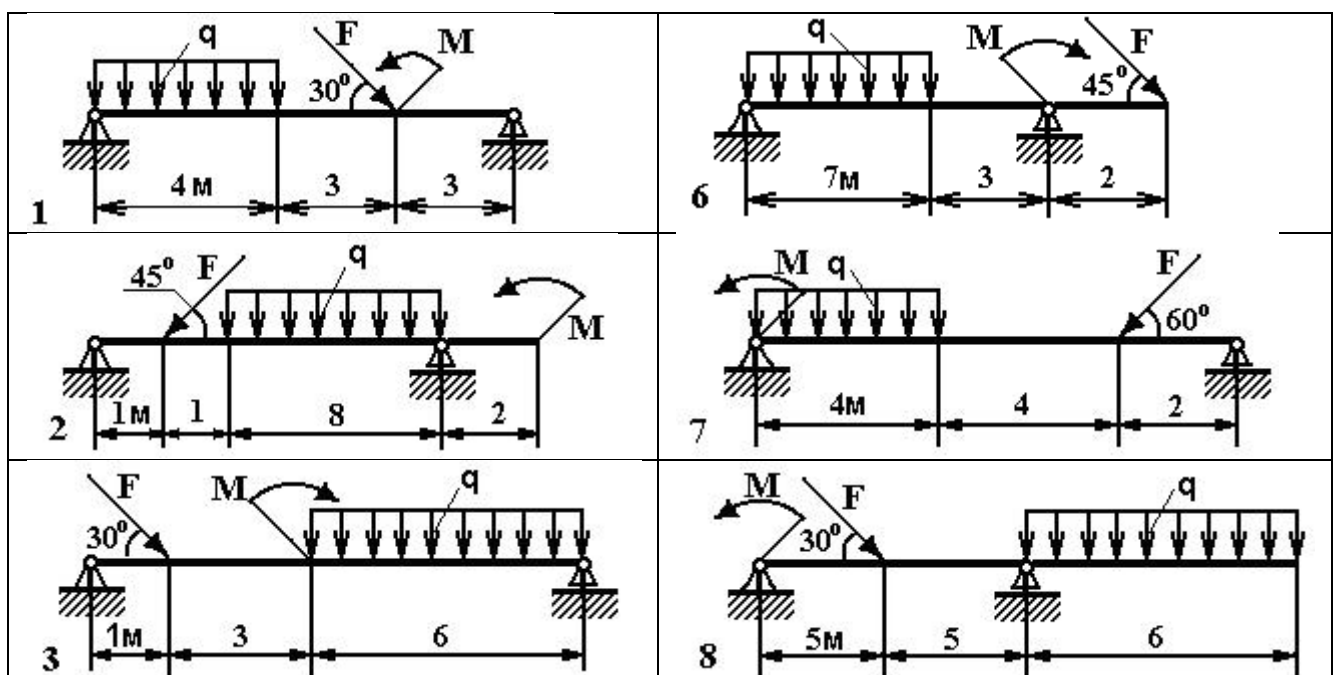
$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_{Ay} - F_y - Q = 12 - 10 - 2 = 0$$

Условие равновесия $\sum F_{iy} = 0$ выполняется, следовательно, реакции опоры найдены верно.

Задача 1. Определить реакции опор двухопорной балки (рисунок 7). Данные своего варианта взять из таблицы 1

Таблица 1 - Исходные данные

Номер схемы на рисунке 7										F	q	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
Варианты										кН	кН/м	кНм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	2	28
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	30	4	8
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	40	2	24



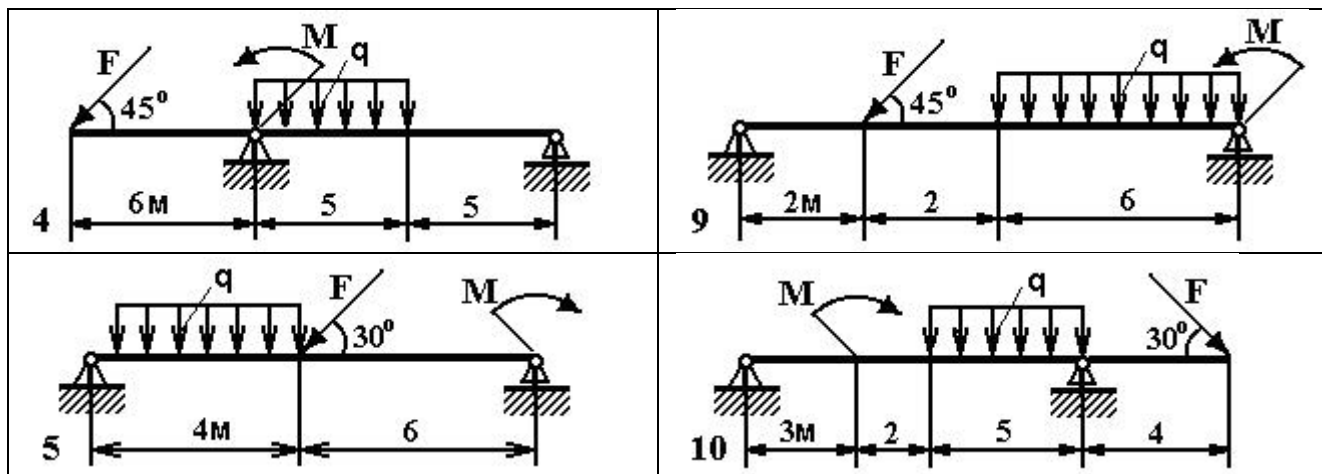
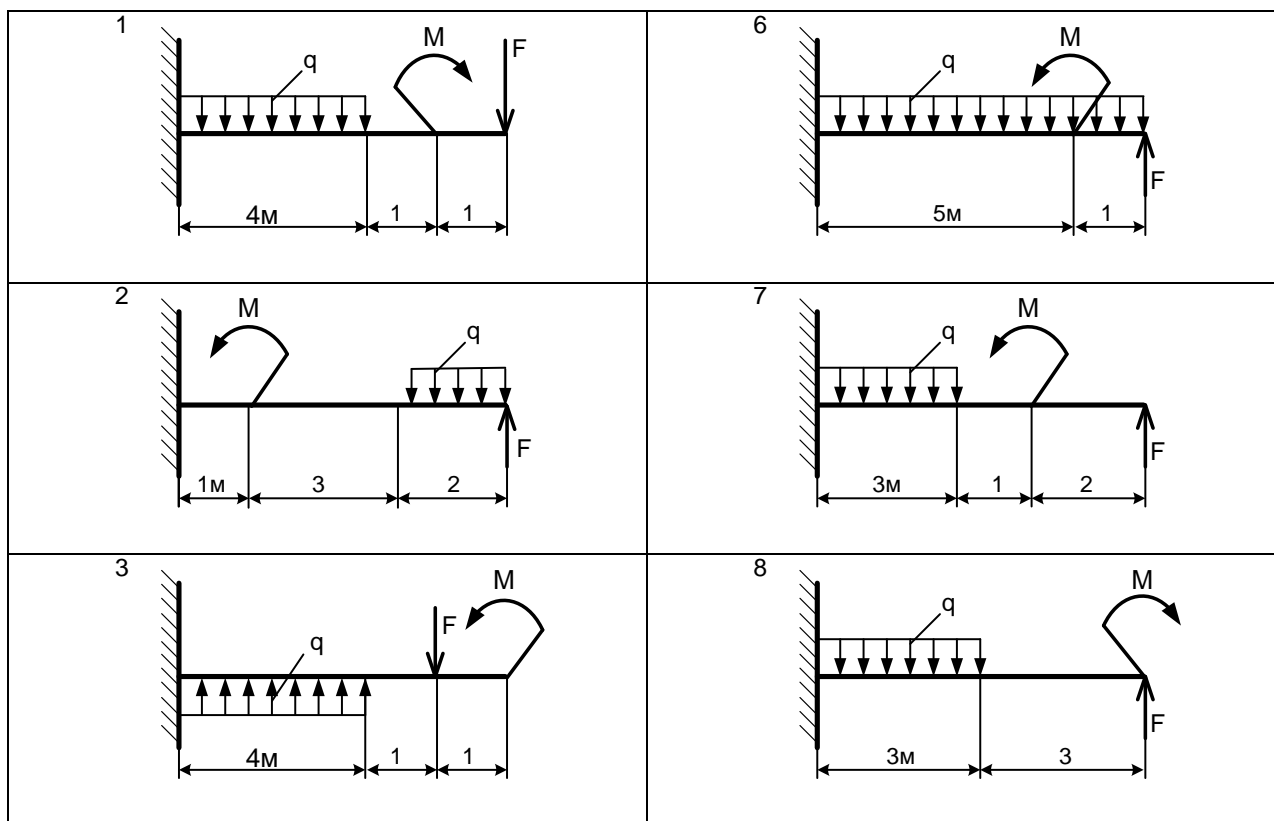


Рис. 7 - Схема задачи

Задача 2. Определить реакции заделки (рисунок 8). Данные своего варианта взять из таблицы 1

Таблица 1 - Исходные данные

Номер схемы на рисунке 8										F	q	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
Варианты										кН	кН/м	кНм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	2	38
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	22	2	12
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	34	2	14



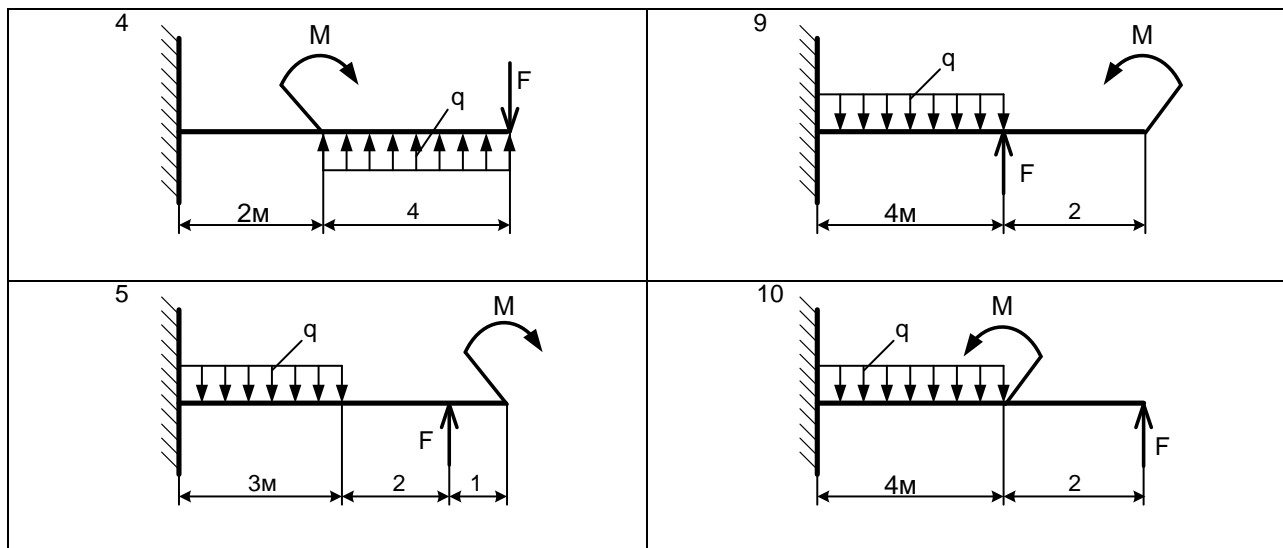
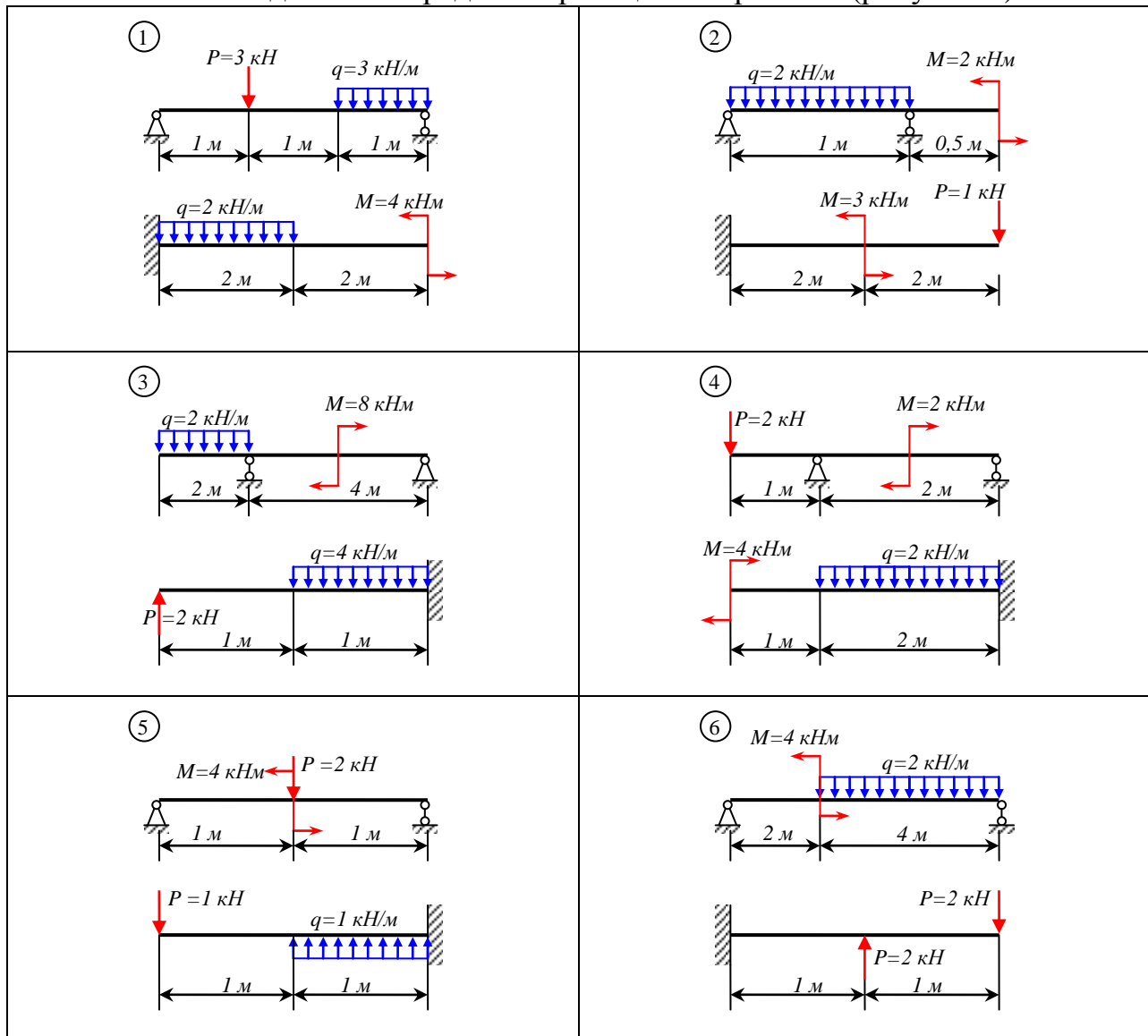
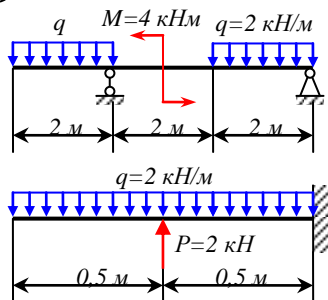


Рис. 8 - Схема задачи

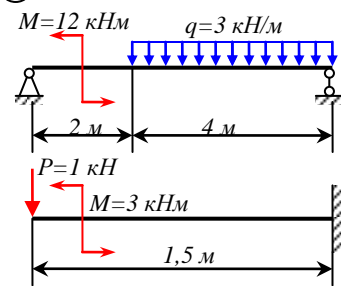
Задача 3. Определить реакции опор балки (рисунок 9).



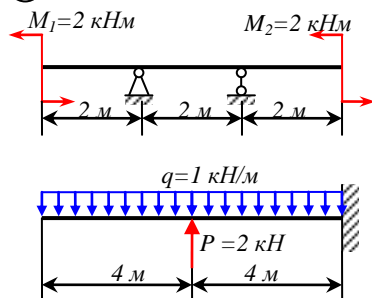
7



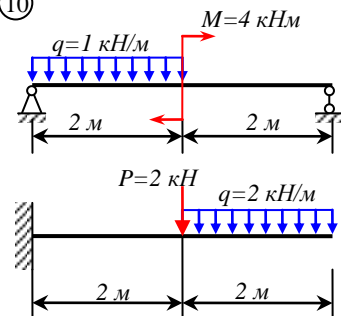
8



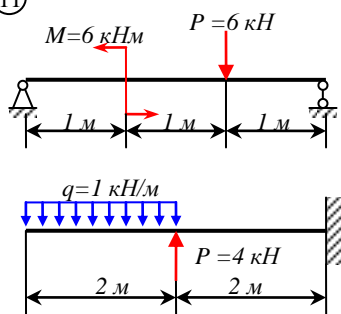
9



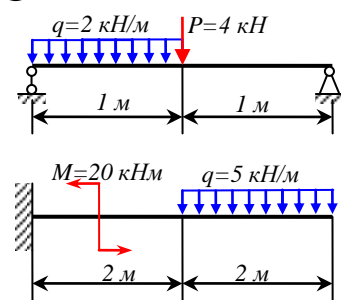
10



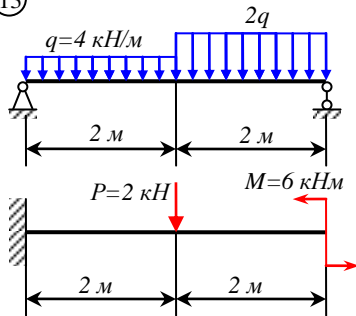
11



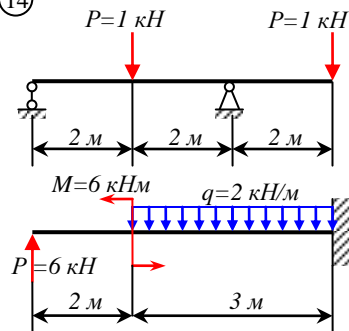
12



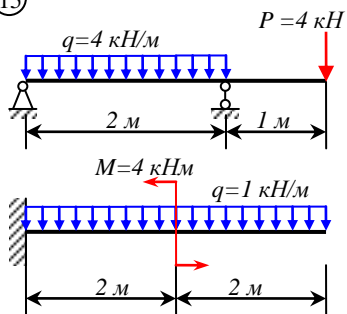
13



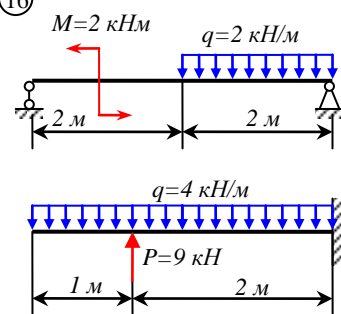
14

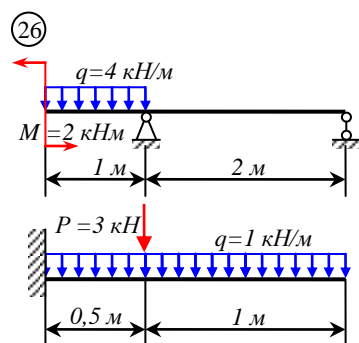
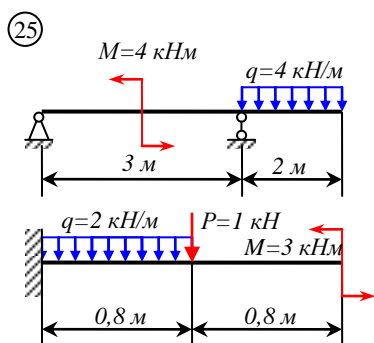
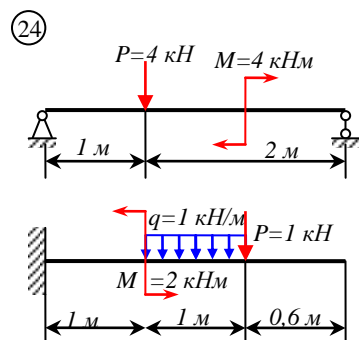
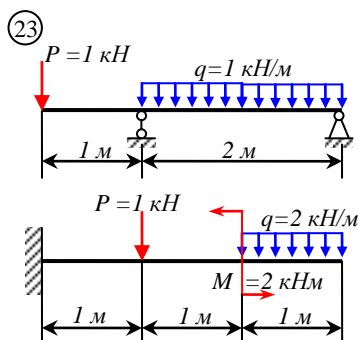
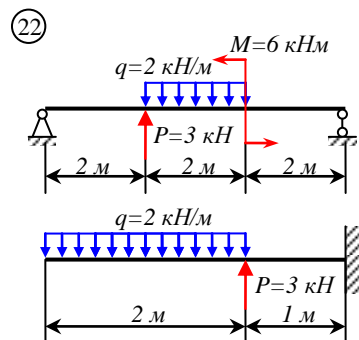
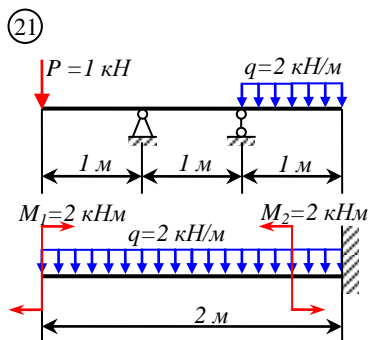
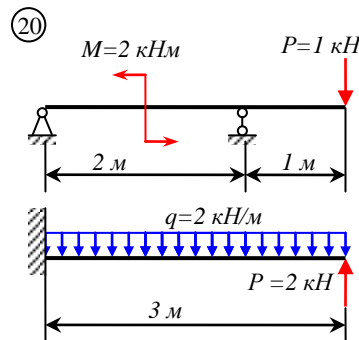
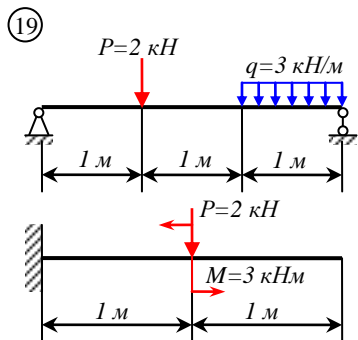
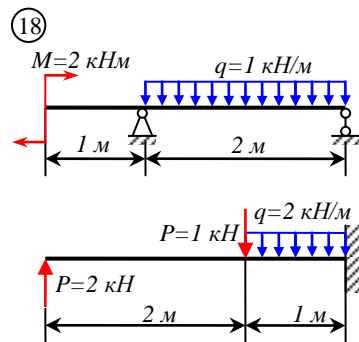
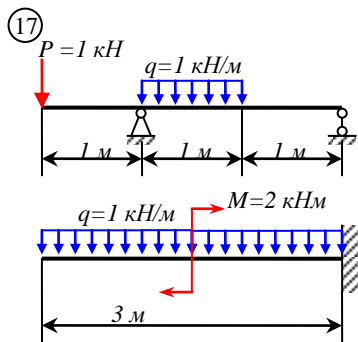


15



16





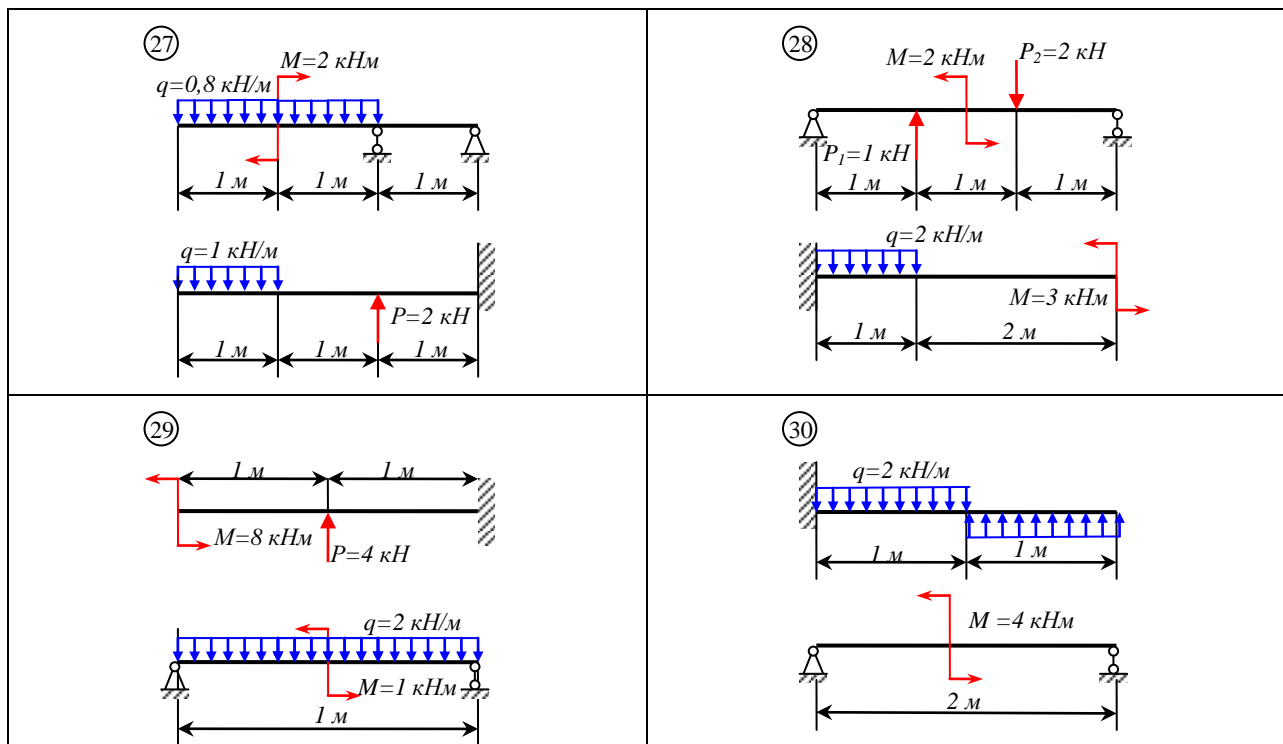


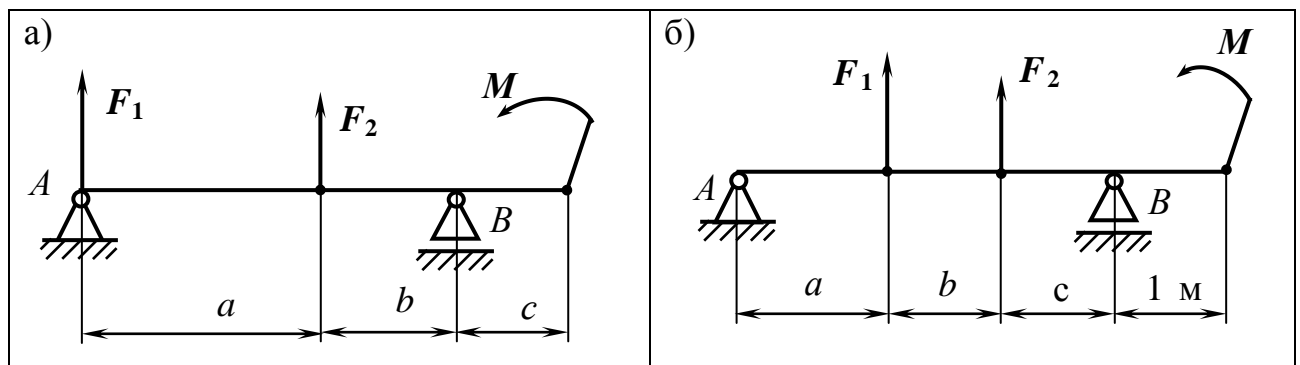
Рис. 9 - Схема задачи

ЗАДАЧА. Для двухопорной балки, нагруженной сосредоточенными силами F_1 , F_2 и парой сил с моментом M построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов по всей длине балки, указать участок чистого изгиба. Определить:

I) реакции опор балки;

II) размеры поперечного сечения балки в форме круга, приняв $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Данные своего варианта взять из табл. РГР № 2



Схемы к задаче

Таблица

M	кН·м	20	-25	30	-10	15	F_1	F_2
$(a+b+c)$	см	130	100	120	140	150		
b, c	см	30	20	36	40	10	кН	
№ варианта и данные к задаче	01	02	03	04	05	06	40	-10
	06	07	08	09	10	11	-20	42
	11	12	13	14	15	16	18	-25
	16	17	18	19	20	21	-30	16
	21	22	23	24	25	26	12	-45
	26	27	28	29	30	31	-25	28
	31	32	33	34	35	36	-10	-0,4

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ЖЕСТКО ЗАЩЕМЛЕННЫХ БАЛОК.

Цель занятия: Определить реакции опор консольной балки

Последовательность решения задачи:

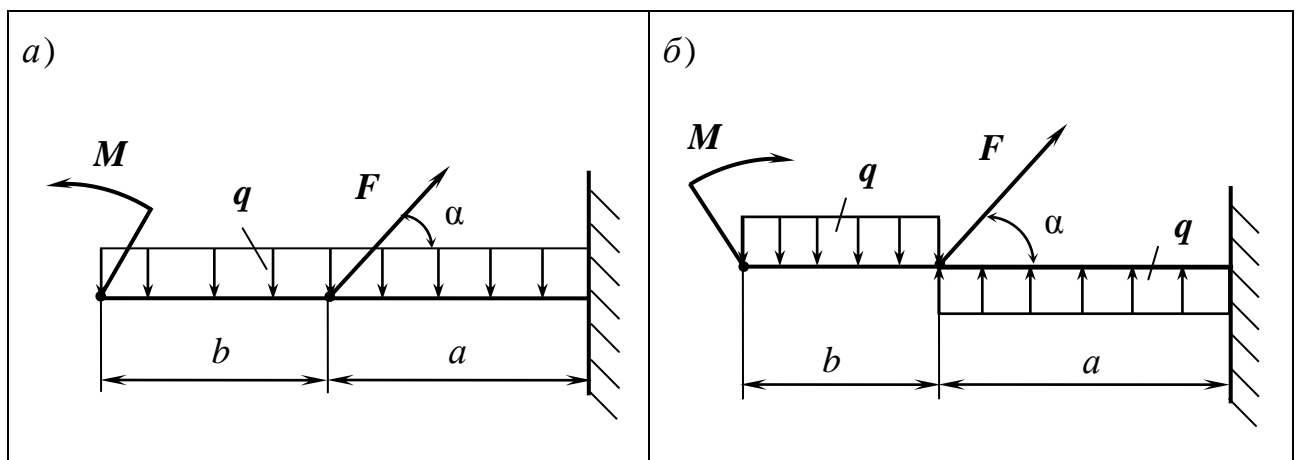
- 1) изобразить балку с действующими на нее нагрузками;
- 2) составить расчетную схему балки;
- 3) выбрать расположение координатных осей;
- 4) произвести необходимые преобразования заданных сил:
 - наклоненную к оси балки под углом α силу F , заменить двумя взаимноперпендикулярными составляющими,
 - равномерно распределенную нагрузку – ее равнодействующей;
- 5) освободить балку от опор, заменив их действие реакциями;
- 6) составить и решить уравнения равновесия заданной системы сил;
- 7) провести проверку решения.

Контрольные вопросы для обучающихся:

1. Какие разновидности связей рассматриваются в статике?
2. Как определяется проекция силы на ось?
3. Назовите единицы измерения силы?
4. Как определяется момент силы относительно точки?
5. Назовите единицы измерения момента силы?
6. Назовите правило знаков для определения момента силы относительно точки?
7. Чем отличаются активные силы от пассивных?
8. Запишите уравнения равновесия для системы произвольных сил?
9. Как определяется равнодействующая равномерно распределенной нагрузки?
10. Какая разновидность связи была задана в условии задачи?

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

ЗАДАЧА. Жестко заделанная консольная балка нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q и моментом M . На расстоянии a от стены передается сила F , наклоненная к оси балки под углом α . Определить реакции заделки. Данные своего варианта взять из таблицы.



Схемы к задаче

q	кН/м	0,4	-1,8	1,4	1,2	-0,2	M	F	α
a	м	3	2	6	4	1			
b		2	1	3	2	3	кН·м	кН	град
№ варианта и данные к зада- че		01	02	03	04	05	6,2	-16	20
		06	07	08	09	10	-5,6	18	50
		11	12	13	14	15	7,8	20	30
		16	17	18	19	20	4,6	-22	65
		21	22	23	24	25	-5,0	8,0	40
		26	27	28	29	30	10	4,8	25
		31	32	33	34	35	2,8	-0,5	14

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА. Жестко заделанная консольная балка AB нагружена, как показано на рис. ПЗ №1, a . Определить реакции заделки балки

ДАНО: $F=50$ кН; $q=5$ кН/м; $M=20$ кН·м; $\alpha=20^\circ$.

НАЙТИ: R_A , φ_x , M_3 .

РЕШЕНИЕ:

1) Изображаем балку (см. рис., a).

2) Составляем расчетную схему балки:

- провести оси координат x и y ;
- найти модули проекций силы F :

$$F_x = F \cdot \cos \alpha; F_x = 50 \cdot \cos 20^\circ = 50 \cdot 0,9397 = 47 \text{ кН};$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha; F_y = 50 \cdot \sin 20^\circ = 50 \cdot 0,342 = 17,1 \text{ кН};$$

- определяем равнодействующую равномерно распределенной нагрузки и расстояние от ее линии действия до опоры A :

$$F_q = q \cdot l = q \cdot AB = 5 \cdot 5 = 25 \text{ кН}; AK = l/2 = AB/2 = 2,5 \text{ м};$$

- применяем принцип освобождения тела от связей (см. рис., b).

3) Составляем уравнения равновесия и определяем неизвестные реакции опор:

$$\sum F_{kx} = 0, R_{Ax} + F_x = 0, R_{Ax} = -F_x = -47 \text{ кН};$$

$$\sum F_{ky} = 0, R_{Ay} - F_q + F_y = 0, R_{Ay} = F_q - F_y = 25 - 17,1 = 7,9 \text{ кН};$$

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{47^2 + 7,9^2} = 47,7 \text{ кН}; \varphi_x = \arcsin \frac{R_{Ay}}{R_A} = \arcsin \frac{7,9}{47,7} = \arcsin 0,166 = 9,5^\circ;$$

$$\sum M_A(F_k) = 0, M_3 + F_q \cdot AK - F_y \cdot AC - M = 0,$$

$$M_3 = -F_q \cdot AK + F_y \cdot AC + M = -25 \cdot 2,5 + 17,1 \cdot 2 + 20 = -8,3 \text{ кН·м}.$$

4) Проверяем правильность найденных результатов:

$$M_C(F_k) = R_{Ay} \cdot AC + M_3 + F_q \cdot CK - M = 7,9 \cdot 2 - 8,3 + 25 \cdot 0,5 - 20 = 0;$$

ОТВЕТ: $R_A = 47,7$ кН; $\varphi_x = 9,5^\circ$; $M_3 = -8,3$ кН·м.

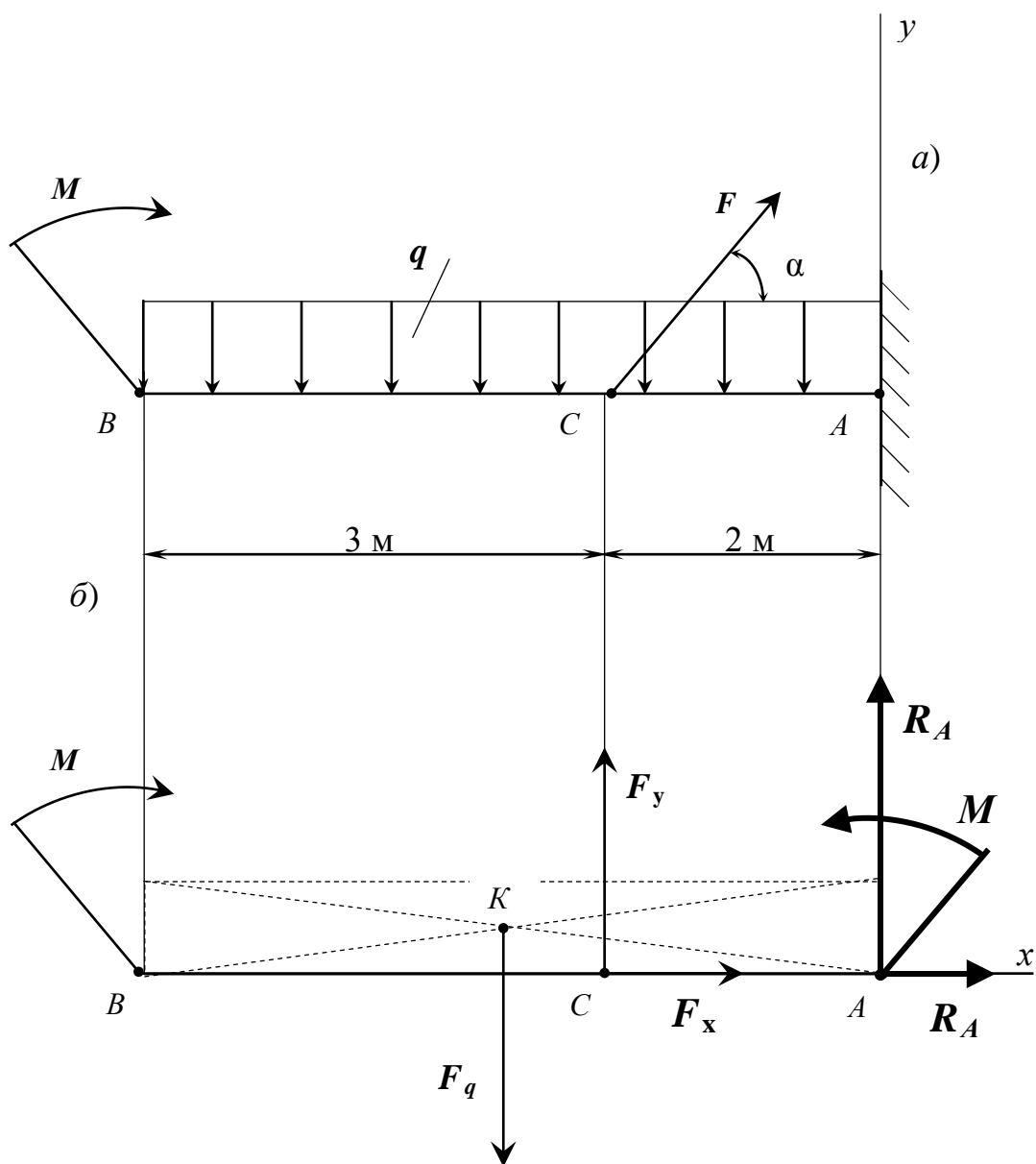


Рис. 1

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5.
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРОВЕРКУ ЗАКОНОВ ТРЕНИЯ.

Методические указания по исследованию условий равновесия тел при наличии трения

Исследование равновесия тел с учетом трения сводится к рассмотрению предельных положений равновесия.

1. Выделяем тело (систему тел), равновесие которого следует рассмотреть.
2. Расставляем все активные силы, действующие на твердое тело (систему тел).
3. Изображаем систему координат.
4. Освобождаем тело от связей, заменяя их действие силами реакций. Реакцию шероховатой поверхности представляем в виде нормальной реакции \bar{N} и силы трения $\bar{F}_{\text{тр}}$.
5. Составляем уравнения равновесия для выделенного тела (системы тел).
6. Решая полученную систему уравнений, определяем искомые величины.

Пример. Однородная лестница AB весом P опирается своим нижним концом на горизонтальный шероховатый пол, а верхним концом – на шероховатую вертикальную стену. Коэффициент трения лестницы о пол и стену одинаков и равен f_0 . Определить реакции пола NA и стены NB , а так же наибольший угол α , составляемый между стеной и лестницей в положении равновесия (рис.).

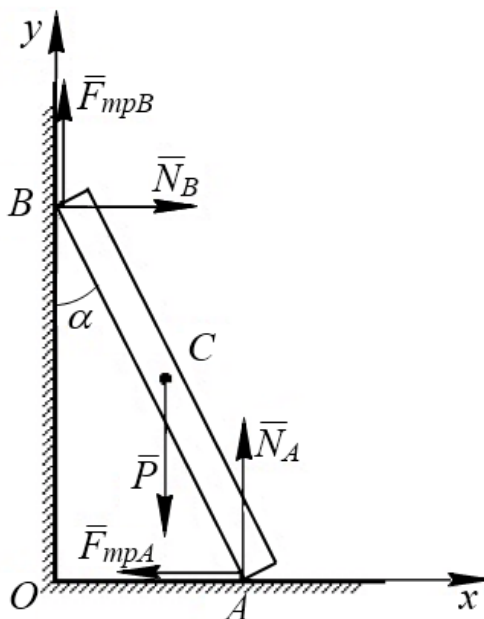


Рис.

Решение. Исследование равновесия тел с учетом сил трения сводится к рассмотрению предельных положений равновесия.

Так, при исследовании равновесия лестницы AB , опирающейся на негладкие пол и стену, следует считать угол наклона α предельным, при его увеличении равновесие лестницы нарушится.

Покажем на схеме действующие на лестницу силы и составим уравнения равновесия сил (рис.):

$$\sum F_{kx} = 0; \quad N_B - F_{\text{тр}A} = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad F_{\text{тр}B} - P + N_A = 0; \quad (2)$$

$$\sum m_A(\bar{F}_k) = 0; \quad P \frac{AB}{2} \sin \alpha - F_{\text{тр}B} AB \sin \alpha - N_B AB \cos \alpha = 0, \quad (3)$$

где $F_{\text{тр}A} = f_0 \cdot N_A$, $F_{\text{тр}B} = f_0 N_B$

Из уравнения (1): $N_B = F_{\text{тр}A} = f_0 N_A$.

Из уравнения (2): $f_0 N_B - P + N_A = 0; \quad f_0 f_0 N_A - P + N_A = 0,$

$$N_A = \frac{P}{1 + f_0^2}; \quad N_B = \frac{f_0 P}{1 + f_0^2}.$$

Из уравнения (3): $P \frac{AB}{2} \sin \alpha - f_0 N_B AB \sin \alpha - N_B AB \cos \alpha = 0 \quad | : AB \cos \alpha;$

$$\frac{P}{2} \operatorname{tg} \alpha - f_0 N_B \operatorname{tg} \alpha - N_B = 0; \quad \frac{P}{2} \operatorname{tg} \alpha - \frac{f_0^2 P}{1 + f_0^2} \operatorname{tg} \alpha - \frac{f_0 P}{1 + f_0^2} = 0 \quad | : \frac{P}{2};$$

$$\operatorname{tg} \alpha - \frac{2 f_0^2}{1 + f_0^2} \operatorname{tg} \alpha - \frac{2 f_0}{1 + f_0^2} = 0; \quad \operatorname{tg} \alpha \left(1 - \frac{2 f_0^2}{1 + f_0^2} \right) = \frac{2 f_0}{1 + f_0^2};$$

$$\operatorname{tg} \alpha \left(\frac{1 + f_0^2 - 2 f_0^2}{1 + f_0^2} \right) = \frac{2 f_0}{1 + f_0^2}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 f_0}{1 - f_0^2}; \quad \alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{2 f_0}{1 - f_0^2} \right).$$

Ответ: для того, чтобы лестница была в равновесии необходимо, чтобы угол на-

клона к стене не превышал угол $\alpha_0 \leq \operatorname{arctg} \frac{2 f_0}{1 - f_0^2}.$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ СИЛ.

Цель (обучающая, развивающая, воспитательная): научиться определять моменты сил относительно осей x , y и z .

Контрольные вопросы:

1. Какие уравнения и сколько можно составить для уравновешенной пространственной системы сходящихся сил?
2. Почему при определении момента силы относительно оси нужно обязательно проецировать силу на плоскость, перпендикулярную оси?
3. Как нужно расположить ось, чтобы момент данной силы относительно этой оси равнялся нулю?
4. Какие уравнения и сколько можно составить для уравновешенной системы параллельных сил, расположенных в пространстве?
5. Какие уравнения и сколько можно составить для уравновешенной системы сил, расположенных в пространстве как угодно?

Указания к выполнению работы:

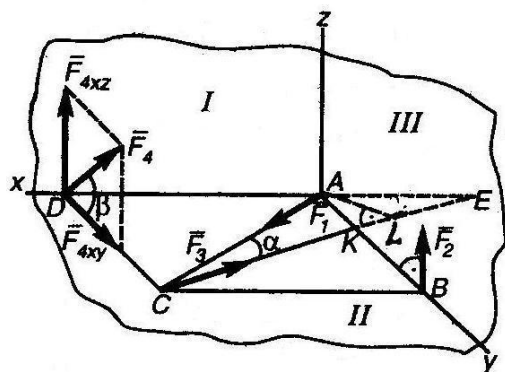
1. Повторить по учебнику тему «Пространственная система сил».
2. Выпишите данные для вашего варианта (согласно нумерации в журнале).

№ варианта	F_1 кН	F_2 кН	F_3 кН	F_4 кН	№ варианта	F_1 кН	F_2 кН	F_3 кН	F_4 кН	№ варианта	F_1 кН	F_2 кН	F_3 кН	F_4 кН
1	3	3	3	3	11	4	4	4	4	21	6	6	6	6
2	4	4	4	4	12	6	6	6	6	22	7	7	7	7
3	6	6	6	6	13	7	7	7	7	23	8	8	8	8
4	7	7	7	7	14	8	8	8	8	24	3	3	3	3
5	8	8	8	8	15	3	3	3	3	25	4	4	4	4
6	3	3	3	3	16	4	4	4	4	26	6	6	6	6
7	4	4	4	4	17	6	6	6	6	27	7	7	7	7
8	6	6	6	6	18	7	7	7	7	28	8	8	8	8
9	7	7	7	7	19	8	8	8	8	29	3	3	3	3
10	8	8	8	8	20	3	3	3	3	30	4	4	4	4

3. Рассмотрите пример решения

Пример.

К вершинам квадрата $ABCD$ ($AB = AD = 2$ м), расположенного в горизонтальной плоскости, приложены силы F_1 , F_2 , F_3 и F_4 . Сила F_1 направлена по диагонали AC ; сила F_2 действует вверх перпендикулярно к плоскости квадрата; сила F_3 действует в плоскости квадрата и ее направление образует с диагональю CA угол $\alpha = 20^\circ$; сила F_4 действует в плоскости, перпендикулярной к плоскости квадрата, и направлена к стороне DC под углом $\alpha = 30^\circ$. Определить моменты каждой силы относительно осей x , y и z . Модули сил



$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 5 \text{ кН.}$$

Решение.

1. Замечаем, что расположение осей, показанное на рис. определяет положение трех взаимно перпендикулярных плоскостей; плоскости I , перпендикулярной к оси y , плоскости II , перпендикулярной к оси z , и плоскости III , перпендикулярной к оси x .

2. Определяем моменты силы F_1 . Сила F_1 приложена в точке A пересечения всех трех

осей, следовательно, согласно первому частному случаю

$$T_x(F_1) = 0; T_y(F_1) = 0; T_z(F_1) = 0.$$

3. Определяем моменты силы F_2 .

Сила F_2 , приложенная в точке B , пересекает ось y и параллельна оси z . Следовательно, согласно первому и второму частным случаям

$$T_y(F_2) = 0; T_z(F_2) = 0.$$

Чтобы определить момент силы F_2 относительно оси x , необходимо найти проекцию F_2 на плоскость III , перпендикулярную к оси x . Сила F_2 расположена в этой плоскости и, следовательно, проецируется полностью $F_{2yz} = F_2$. Плечом является сторона AB квадрата. Знак момента положительный, так как если посмотреть от точки D вдоль оси x на плоскость III , то увидим, что сила F_2 поворачивает плечо AB против хода часовой стрелки. Поэтому

$$T_x(F_2) = F_2 \cdot AB = 5 \cdot 2 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

4. Определяем моменты силы F_3

Сила F_3 расположена в горизонтальной плоскости. В этой же плоскости расположены оси x и y . Поэтому линия действия силы F_3 пересекает ось x (в точке E) и ось y (в точке K) Значит

$$T_x(F_3) = 0 \text{ и } T_y(F_3) = 0.$$

Плоскость, в которой расположена сила F_3 , перпендикулярна оси z , значит $F_{3xy} = F_3$. Плечо AL силы F_3 найдем из треугольника ALC :

$$AL = AC \sin \alpha = AB \sqrt{2} \sin \alpha$$

Знак момента положительный (если посмотреть на плоскость II со стороны оси z)

Поэтому

$$T_z(F_3) = F_3 \cdot AL = F_3 \cdot AB \sqrt{2} \sin \alpha = 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \sin 20^\circ = 4,83 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

5. Определяем моменты силы F_4 .

Линия действия силы F_4 пересекает ось x , следовательно,

$$T_x(F_4) = 0.$$

Спроецируем силу F_4 на плоскости I и II :

$$F_{4xz} = F_4 \sin \beta \text{ и } F_{4xy} = F_4 \cos \beta$$

Плечом силы F_4 является сторона квадрата AD

$$T_y(F_4) = -F_{4xz} \cdot AD = -F_4 \sin \beta \cdot AD = -5 \sin 30^\circ \cdot 2 = -5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$T_z(F_4) = -F_{4xy} \cdot AD = -F_4 \cos \beta \cdot AD = 5 \cos 30^\circ \cdot 2 = 8,66 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

4. Ответьте на вопросы.

5. Сделайте вывод.

Частные случаи приведения пространственной системы сил приведены в табл.

Таблица

Частные случаи приведения пространственной системы сил

№	Значения главного вектора и главного момента	Результат приведения
1	$\vec{R} = 0, \vec{M}_O \neq 0$	Система сил приводится к паре сил, момент которой равен главному моменту \vec{M}_O (главный момент системы сил не зависит от выбора центра приведения O).
2	$\vec{R} \neq 0, \vec{M}_O = 0$	Система сил приводится к равнодействующей, равной \vec{R} , проходящей через центр O .
3	$\vec{R} \neq 0, \vec{M}_O \neq 0, \vec{R} \perp \vec{M}_O$	Система сил приводится к равнодействующей \vec{R}' , равной главному вектору \vec{R} и параллельной ему и отстоит от него на расстоянии $h = \vec{M}_O /R$. Положение линии действия равнодействующей должно быть таким, чтобы направление ее момента относительно центра приведения O совпадало с направлением \vec{M}_O относительно центра O .
4	$\vec{R} \neq 0, \vec{M}_O \neq 0$, причем векторы \vec{R} и \vec{M}_O не перпендикулярны	Система сил приводится к динаме (силовому винту) – совокупности силы \vec{R} и пары сил, лежащей в плоскости, перпендикулярной к этой силе.
5	$\vec{R} = 0, \vec{M}_O = 0$	Система сил, приложенных к твердому телу, является уравновешивающейся.

Для равновесия произвольной пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций этих сил на каждую из трех координатных осей и суммы их моментов относительно этих осей были равны нулю:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0; \quad \sum F_{kz} = 0; \\ \sum m_x(\vec{F}_k) = 0; \quad \sum m_y(\vec{F}_k) = 0; \quad \sum m_z(\vec{F}_k) = 0. \end{aligned}$$

В том случае, если система сил образует пространственную систему параллельных сил, то оси координат целесообразно выбрать так, чтобы одна из осей была параллельна силам. В этом случае число уравнений равновесия будет равно трём. Например, если система сил параллельна оси z :

$$\sum F_{kz} = 0; \sum m_x(\vec{F}_k) = 0; \sum m_y(\vec{F}_k) = 0.$$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПЛОСКИХ ФИГУР И СЕЧЕНИЙ, СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ СТАНДАРТНЫХ ПРОКАТНЫХ ПРОФИЛЕЙ.

Цель занятия: Определить положение центра тяжести сечения, составленного из профилей стандартного проката

Последовательность решения задачи:

- 1) начертить заданное сложное сечение (фигуру), выбрать оси координат.
- 2) разбить сложное сечение на простые, для которых центры тяжести и силы тяжести известны;
- 3) определить необходимые данные для простых сечений:
 - а) выписать из таблиц ГОСТа для каждого стандартного профиля необходимые справочные данные (h ; b ; d ; A ; для швеллера z_0) или определить площадь простого сечения;
 - б) определить координаты центров тяжести простых сечений относительно выбранных осей координат;
 - в) определить статические моменты площади простых сечений;
- 4) определить положение центра тяжести сложного сечения.

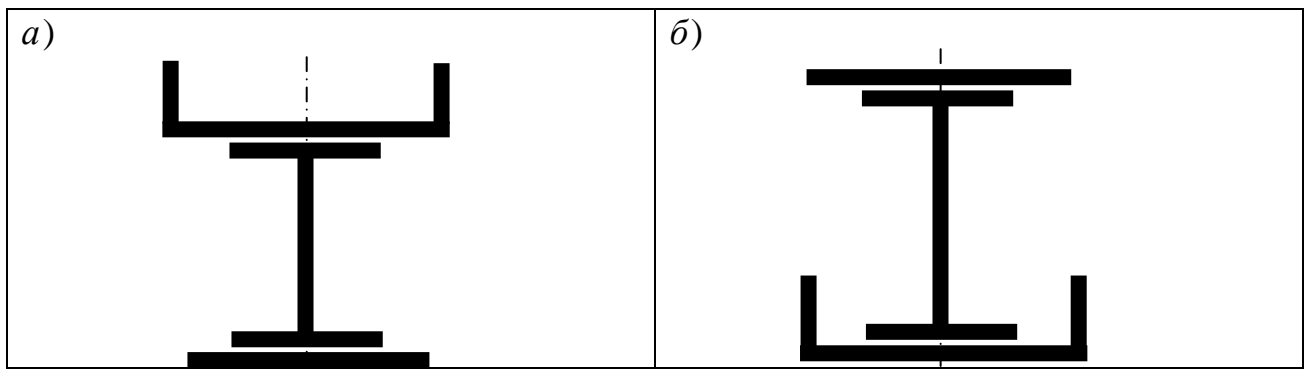
Контрольные вопросы для студентов:

1. Каким свойством обладает центр параллельных сил?
2. Запишите формулы для определения центра тяжести плоской фигуры, составленной из площадей.
3. Что такое статический момент площади?
4. В каких единицах измеряется статический момент площади?
5. Какие свойством обладает статический момент площади?
6. Перечислите способы определения центра тяжести твердого тела.
7. Где находится центр тяжести тела, имеющего 2 оси симметрии?

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

ЗАДАЧА. Для заданных плоских симметричных сечений, составленных из профилей стандартного проката определить:

- I) Положение центра тяжести;
 - II) Главные центральные моменты инерции.
- Данные своего варианта взять из таблицы



Схемы к задаче

Таблица

№ двутавра	30	20	18	22	27	№ швеллера	Полоса, h×b, мм
№ варианта и данные к задаче	01	02	03	04	05	12	140×10
	06	07	08	09	10	14	150×12
	11	12	13	14	15	20	160×12
	16	17	18	19	20	22	160×10
	21	22	23	24	25	24	150×10
	26	27	28	29	30	30	300×16
	31	32	33	34	35	16	420×20

Обратите внимание, что, все геометрические параметры швеллера даны в ГОСТ при вертикальном положении его стенки. При повороте швеллера на угол 90^0 , все его геометрические параметры заданные относительно оси X меняются на параметры заданные относительно оси Y .

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА. Для заданного плоского симметричного сечения составленного из профилей стандартного проката определить положение центра тяжести

ДАНО: полоса 120×10 (ГОСТ 103-76);

двутавр № 12 (ГОСТ 8239-89); швеллер № 14 (ГОСТ 8240-89).

НАЙТИ: $C(x_C; y_C)$.

РЕШЕНИЕ I:

1) Разбиваем сложное сечение на 3 простых сечения:

1 – полоса; 2 – двутавр; 3 – швеллер.

2) Выписываем из таблиц ГОСТа и определяем необходимые данные для простых сечений: Полоса 120×10; $A_1 = 120 \cdot 10 = 1200 \text{ мм}^2 = 12 \text{ см}^2$; $C_1 (0; 0,5)$

Двутавр № 12; $A_2 = 14,7 \text{ см}^2$; $C_2 (0; 7)$

Швеллер № 14; $A_3 = 15,6 \text{ см}^2$; $C_3 (0; 14,67)$

3) Находим статические моменты площади относительно оси Ox :

$$S_{x1} = A_1 \cdot y_1 = 12 \cdot 0,5 = 6 \text{ см}^3; S_{x2} = A_2 \cdot y_2 = 14,7 \cdot 7 = 102,9 \text{ см}^3;$$

$$S_{x3} = A_3 \cdot y_3 = 15,6 \cdot 14,67 = 228,9 \text{ см}^3;$$

$$\sum S_x = S_{x1} + S_{x2} + S_{x3} = 6 + 102,9 + 228,9 = 337,8 \text{ см}^3.$$

4) Определяем сумму площадей простых сечений:

$$\sum A_k = A_1 + A_2 + A_3 = 12 + 14,7 + 15,6 = 42,3 \text{ см}^2.$$

5) Определяем положение центра тяжести сложного сечения:

$$x_C = \sum S_y / \sum A_k; x_C = 0 \text{ см};$$

$$y_C = \sum S_x / \sum A_k; y_C = 337,8 / 42,3 = 8 \text{ см}.$$

ОТВЕТ: центр тяжести сложного сечения находится в точке $C (0; 8)$.

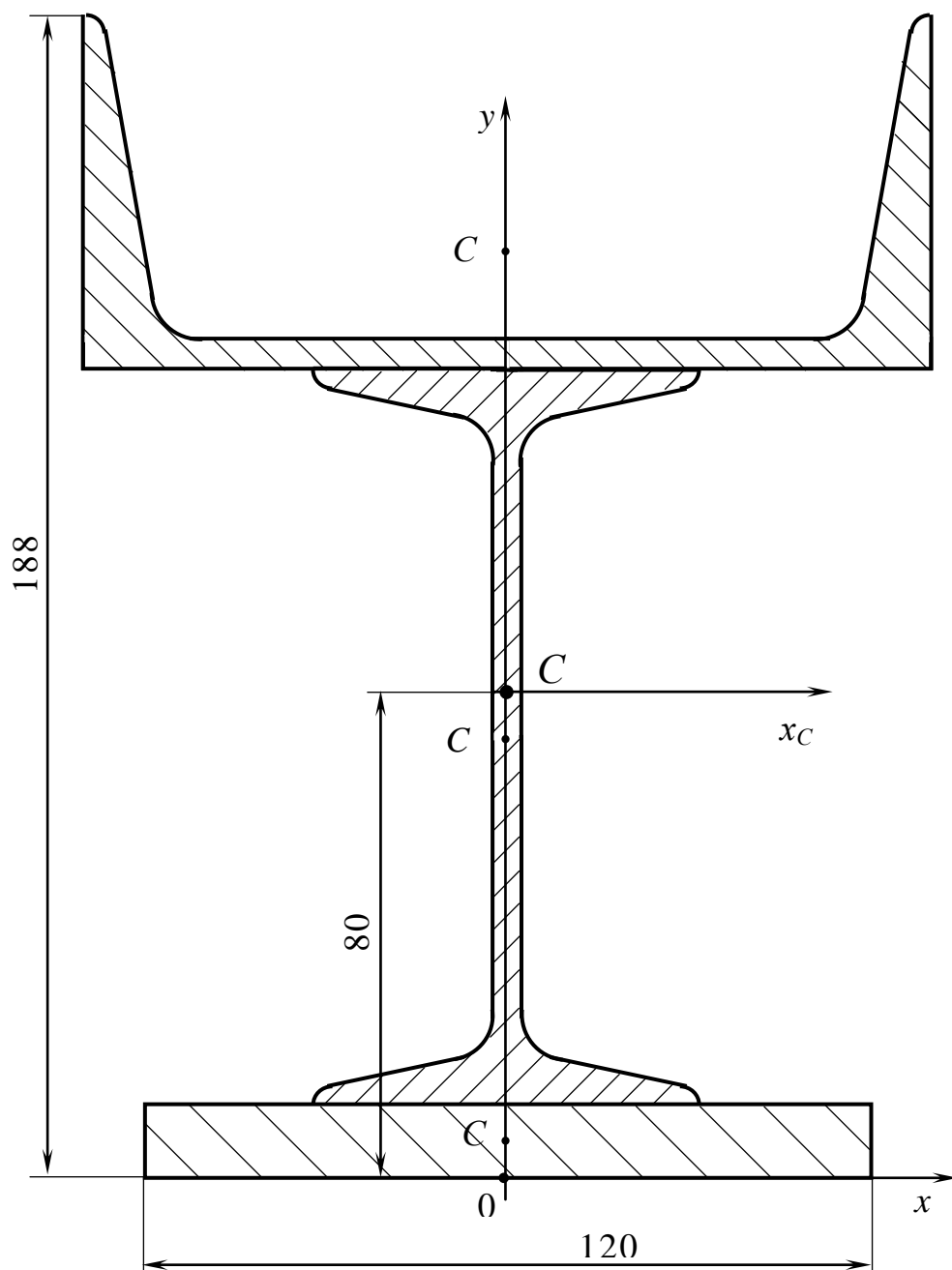
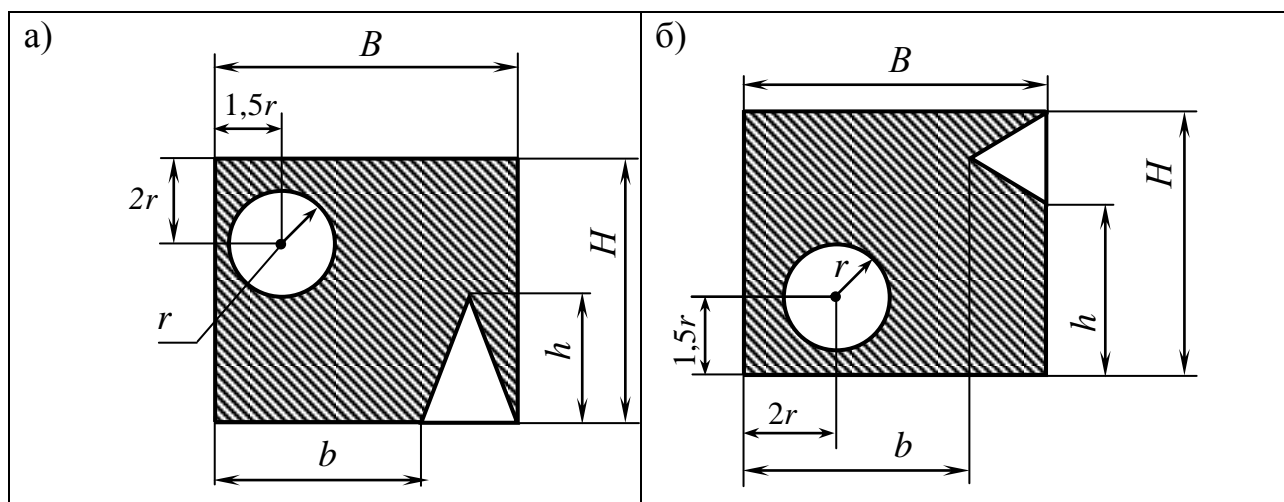


Рис.

ЗАДАЧА. Для заданной плоской однородной пластины определить:

- I) Положение центра тяжести;
 - II) Главные центральные моменты инерции.
- Данные своего варианта взять из табл.



Схемы к задаче

Таблица

B , мм	100	110	120	130	140	r	H	h
b , мм	60	74	82	70	100			
№ варианта и данные к задаче	01	02	03	04	05	20	180	50
	06	07	08	09	10	18	190	60
	11	12	13	14	15	16	170	70
	16	17	18	19	20	14	160	80
	21	22	23	24	25	12	175	85
	26	27	28	29	30	15	185	45
	31	32	33	34	35	10	165	55

Для заданной плоской однородной пластины $ABCDE$ определить

- I) Положение центра тяжести;
- II) Главные центральные моменты инерции.

ДАНО: $B=180$ мм; $b=140$ мм; $R=10$ мм; $H=160$ мм; $h=100$ мм

НАЙТИ: $C(x_C; y_C)$; J_{xC} ; J_{yC}

РЕШЕНИЕ I:

1. Разбиваем сложное сечение пластины на 3 простых сечения:
прямоугольник - $ABDK$; полукруг - BC ; треугольник - DKE

2. Определяем необходимые данные для простых сечений:

$$\square ABDK: 180 \times 160; A_1 = 180 \cdot 160 = 28800 \text{ мм}^2 = 288 \text{ см}^2; C_1 (9; 8)$$

$$\text{круг} : A_2 = \pi R^2 = 3,14 \cdot 10^2 = 314 \text{ мм}^2 = 3,14 \text{ см}^2; C_2 (1,5; 14)$$

$$\triangle DKE: A_3 = 100 \cdot 40 / 2 = 2000 \text{ мм}^2 = 20 \text{ см}^2; C_3 (16; 3,3).$$

3. Определяем положение центра тяжести сложного сечения пластины:

$$X_C = \frac{\sum (A_k \cdot x_k)}{\sum A_k}; Y_C = \frac{\sum (A_k \cdot y_k)}{\sum A_k};$$

$$x_C = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 - A_3 \cdot x_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{288 \cdot 9 - 3,14 \cdot 1,5 - 20 \cdot 16}{288 - 3,14 - 20} = \frac{2267,29}{264,86} = 8,6 \text{ см};$$

$$y_C = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 - A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{288 \cdot 8 - 3,14 \cdot 14 - 20 \cdot 3,3}{288 - 3,14 - 20} = \frac{2844,65}{264,86} = 8,3 \text{ см};$$

$$X_C = 8,6 \text{ см}; Y_C = 8,3 \text{ см}.$$

РЕШЕНИЕ II:

1. Провести оси координат и центральные оси простых сечений.
2. Определяем центральные моменты инерции для простых сечений:

$$\square ABDK: J_{x1} = \frac{B \cdot H^3}{12} = \frac{18 \cdot 16^3}{12} = 6144 \text{ см}^4; J_{y1} = \frac{B^3 \cdot H}{12} = \frac{18^3 \cdot 16}{12} = 7776 \text{ см}^4;$$

$$\text{круг: } J_{x2} = J_{y2} = \pi(2R)^4/64 = 3,14 \cdot 2^4/64 = 0,785 \text{ см}^4;$$

$$\triangle DKE: J_{x3} = KE \cdot KD^3/36 = 4 \cdot 10^3/36 = 111,1 \text{ см}^4;$$

$$J_{y3} = KE^3 \cdot KD/48 = 4^3 \cdot 10/48 = 13,3 \text{ см}^4.$$

3. Определяем расстояния между главной центральной осью сложного сечения и центральными осями простых сечений:

$$a_1 = |y_C - y_1| = 8,3 - 8 = 0,3 \text{ см}; a_2 = |y_C - y_2| = |8,3 - 14| = 5,7 \text{ см};$$

$$a_3 = |y_C - y_3| = 8,3 - 3,3 = 5 \text{ см}; e_1 = |x_C - x_1| = |8,6 - 9| = 0,4 \text{ см};$$

$$e_2 = |x_C - x_2| = 8,6 - 1,5 = 7,1 \text{ см}; e_3 = |x_C - x_3| = |8,6 - 16| = 7,4 \text{ см}.$$

4. Определяем главный центральный момент инерции сложного сечения относительно оси у:

$$J_{yC} = \sum (J_{yi} + a_i^2 \cdot A_i) = (J_{y1} + a_1^2 \cdot A_1) - (J_{y2} + a_2^2 \cdot A_2) - (J_{y3} + a_3^2 \cdot A_3);$$

$$J_{yC} = (7776 + 0,3^2 \cdot 288) - (0,785 + 5,7^2 \cdot 3,14) - (111,1 + 5^2 \cdot 20) = 7185,8 \text{ см}^4.$$

5. Определяем главный центральный момент инерции сложного сечения относительно оси х:

$$J_{xC} = \sum (J_{xi} + e_i^2 \cdot A_i) = (6144 + 0,4^2 \cdot 288) - (0,785 + 7,1^2 \cdot 3,14) - (111,1 + 7,4^2 \cdot 20);$$

$$J_{xC} = 4824,7 \text{ см}^4.$$

$$\text{ОТВЕТ: } X_C = 8,6 \text{ см}; Y_C = 8,3 \text{ см}; J_{yC} = 7185,8 \text{ см}^4; J_{xC} = 4824,7 \text{ см}^4.$$

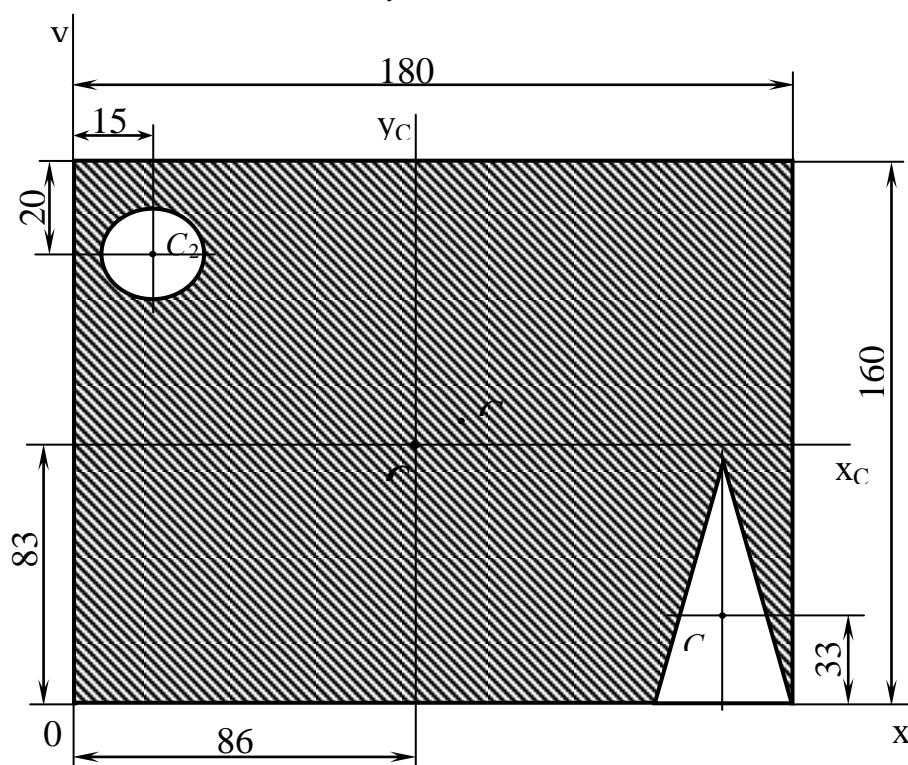


Рис. «Геометрические характеристики плоских сечений»

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ ДЛЯ ЛЮБОГО ВИДА ДВИЖЕНИЯ.

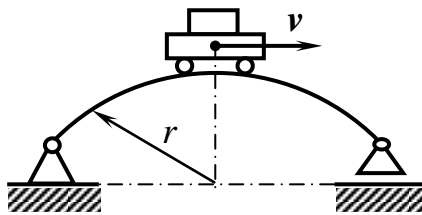
ЗАДАЧА. Автомобиль движется по круглому арочному мосту радиуса r согласно уравнению $S = At^3 + Bt^2 + Ct + D$ (S – [м], t – [с]).

Построить графики перемещения, скорости и касательного ускорения для первых пяти секунд движения. На основании анализа построенных графиков указать: участки ускоренного и замедленного движения. Определить полное ускорение автомобиля в момент времени две секунды.

Данные своего варианта взять из табл.

Таблица

A	0,2	0,5	0,3	0,1	0,4	B	D
----------	------------	------------	------------	------------	------------	----------	----------



C		3	-1	2	-4	5		
r	м	30	20	60	40	10		
№ варианта и задачи		01	02	03	04	05	-4	10
		06	07	08	09	10	2	12
		11	12	13	14	15	-8	14
		16	17	23	24	20	-6	16
		21	22	18	19	25	2	-5
		26	27	28	29	30	3	-1
		31	32	33	34	35	-1	8

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Автомобиль движется по круглому арочному мосту радиуса $r=50$ м согласно уравнению $S = 0,2t^3 - t^2 + 0,6t$ (S – [м], t – [с]).

Построить графики перемещения, скорости и касательного ускорения для первых пяти секунд движения. На основании анализа построенных графиков указать: участки ускоренного и замедленного движения. Определить полное ускорение автомобиля в момент времени 2 секунды.

ДАНО: Закон движения автомобиля $S = 0,2t^3 - t^2 + 0,6t$; $t = 5$ мин.

НАЙТИ: v_0 , a_{t0} ; t при $v=0$, $a_t=0$; a при $t=2$ с.

РЕШЕНИЕ:

1. Находим уравнения скорости:

$$v = dS/dt = (0,2t^3 - t^2 + 0,6t)' = 0,6t^2 - 2t + 0,6$$

а) при $t=0$ мин $v_0 = 0,6$ м/с;

б) при $v=0$ $0,6t^2 - 2t + 0,6 = 0$ отсюда $t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 0,3 \cdot 0,3}}{2 \cdot 0,3}$

$t_1 = 3$ с; $t_2 = 0,3$ с.

2. Находим уравнение ускорения

$$a_t = dv/dt = (0,6t^2 - 2t + 0,6)' = 1,2t - 2$$

а) при $t=0$ мин $a_t = -2 \text{ м/с}^2$;

б) при $a_t=0$ $1,2t-2=0$ отсюда $t=1,7 \text{ с}$.

3. Для построения графиков составляем сводную таблицу численных значений параметров движения автомобиля

Таблица

Значения t ; с	0	1	2	3	4	5
$S=0,2t^3-t^2+0,6t$; м	0	-0,2	-1,2	-1,8	-0,8	3
$v=0,6t^2-2t+0,6$; м/с	0,6	-0,8	-1	0	2,2	5,6
$a_t=1,2t-2$; м/с ²	-2	-0,8	0,4	1,6	2,8	4

4. Определяем полное ускорение автомобиля в момент времени 2 секунды

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}; a_{t2}=0,4 \text{ м/с}^2; a_{n2}=(v_2)^2/R=(-1)^2/50=0,02 \text{ м/с}^2$$

$$\text{отсюда } a = \sqrt{0,4^2 + 0,02^2} = 0,4 \text{ м/с}^2.$$

ОТВЕТ: $v_0=0,6 \text{ м/с}$; $v=0$, $t_1=3 \text{ с}$, $t_2=0,3 \text{ с}$; $a_t=0$, $t=1,7 \text{ с}$; $a_2=0,4 \text{ м/с}^2$

график зависимости $S-v$

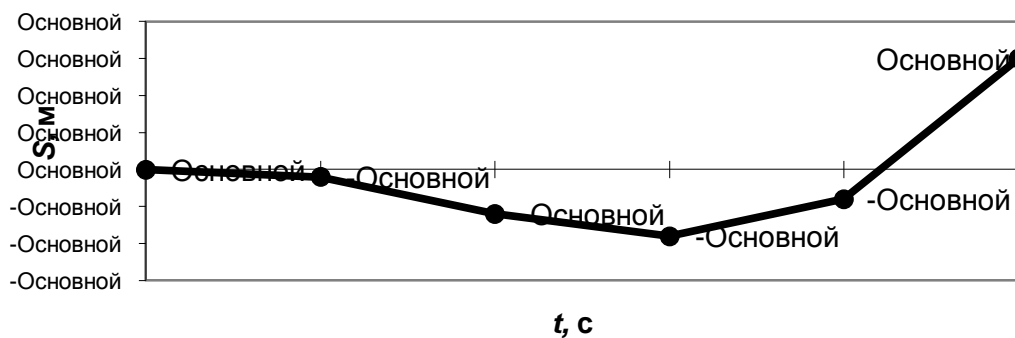


график зависимости $v-t$

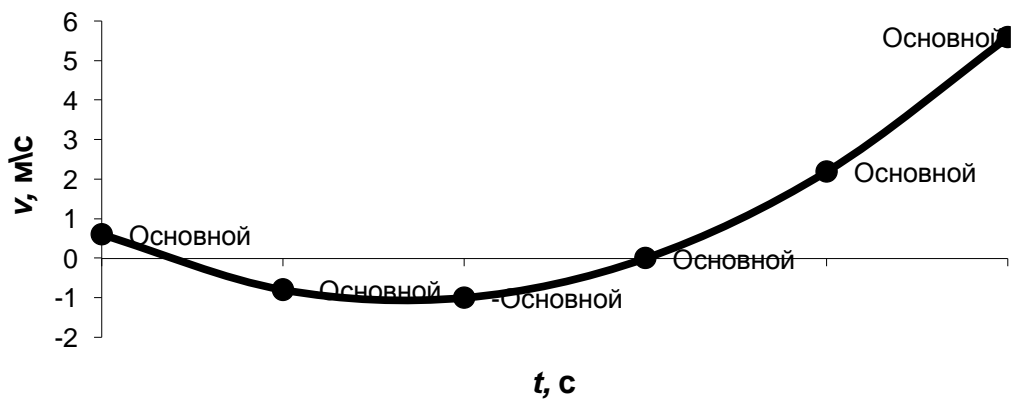
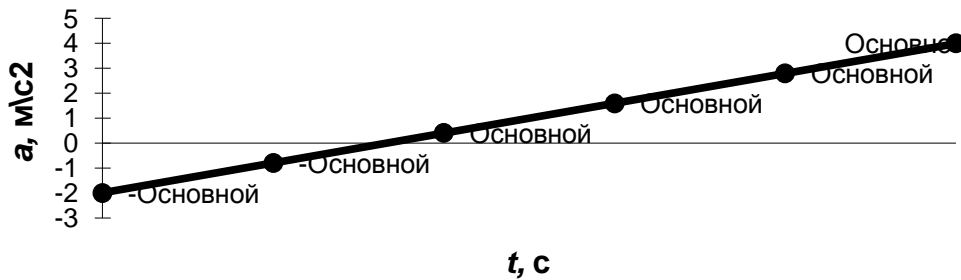


график зависимости $a-t$



ТИ-
КОЕ

Рис. «Определение параметров движения точки»

ПРАК-
ЧЕС-
ЗАНЯ-

ТИЕ № 9.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ ВАЛОВ И ВРАЩАЮЩИХ МОМЕНТОВ, МОЩНОСТИ НА ВАЛАХ ПО ЗАДАННОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМЕ ПРИВОДА.

Цель работы:

1. Изучить условные обозначения звеньев и кинематических пар согласно ГОСТ 770–68, освоить методику составления кинематической схемы механизма по его макету;
2. Научиться определять число и вид звеньев и кинематических пар; освоить методику построения подробной и укрупненной структурных схем механизма, а также конфигурации структуры механизма

При подготовке к практической работе необходимо изучить теоретический материал по конспекту, ответить на вопросы:

1. Для чего используются кинематические схемы?
2. Что отображают кинематические схемы?
3. С чего начинают чтение кинематических схем?
4. Чем заканчивают чтение кинематических схем?

Пояснения к выполнению работы.

Краткие теоретические сведения

Для изучения механизма необходимо знать число и виды кинематических пар, число звеньев, их основные размеры и взаимное расположение. Все это изображается на кинематической схеме механизма условными обозначениями пар и звеньев. Условные обозначения установлены ГОСТ 2.770–68. Основные виды звеньев и кинематических пар приведены в таблицах 1 и 2.

При изучении работы различных станков, механизмов, при их наладке или ремонте, при монтаже электрического оборудования нередко требуется уяснить принципиальную связь между элементами монтируемого устройства без уточнения его конструктивных особенностей. Для этой цели предназначаются различные схемы: кинематические, гидравлические, электрические и другие.

Кинематические схемы отображают связь и взаимодействие между подвижными элементами устройства, гидравлические – показывают систему управления посредством жидкости, а электрические схемы поясняют принцип работы и взаимосвязь между элементами электрического устройства.

На схемах детали изображаются упрощенно, посредством условных обозначений, установленных стандартами. На переднем форзаце показана кинематическая схема вертикально-сверлильного станка с наглядным пояснением условных обозначений сборочных единиц и деталей.

Схемы являются неотъемлемой частью комплекта конструкторских документов для многих изделий и вместе с другими графическими материалами дают сведения, необходимые при проектировании, изготовлении, монтаже, эксплуатации и изучении изделий. Они широко используются как иллюстрации к различным описаниям, наглядно разъясняя связь между элементами изделий и принцип их работы. Схемы строят с учетом следующих требований:

1. Упрощенные изображения и условные обозначения для элементов различных систем выполняют согласно стандартам ЕСКД.

2. Условные знаки, не требующие соблюдения масштаба, вычерчивают с сохранением одинаковых размеров при повторении их на одной и той же схеме. Выполняются они в прямоугольной или аксонометрической (наглядной) проекциях.

3. *Надписи на схемах* дают краткие и предельно ясные. Выполняют их стандартным чертежным шрифтом.

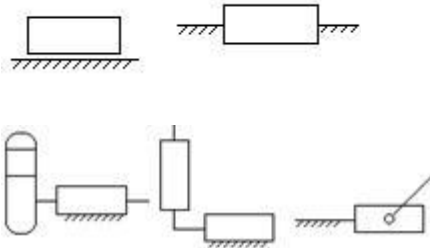
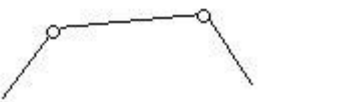
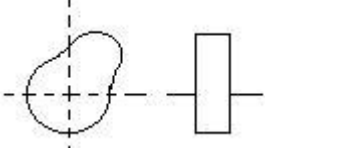
4. Условные изображения, отличающиеся от установленных стандартами ЕСКД, которые оказалось необходимым использовать в схеме, должны быть пояснены.

Чтение схемы начинают с общего ознакомления, обзора схемы. По условным обозначениям элементов устанавливают вид схемы. Затем подробно рассматривают элементы схемы по их условным изображениям и буквенным обозначениям: определяют точные наименования всех элементов, уточняют их характеристики, используя для этого спецификацию.

Завершается чтение схемы полным уяснением принципа работы всего устройства и назначения всех его элементов путем последовательного выяснения связей между ними.

Таблица 1 Основные виды звеньев, используемых в механизмах

Наименование	Определение	Внешний вид и условное обозначение на кинематической схеме
Стойка	Звено, принимаемое за неподвижное	
Кривошип	Вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси.	
Коромысло	Вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси.	
Кулиса	Звено рычажного механизма, вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее с другим подвижным звеном поступательную пару.	

Ползун	Звено рычажного механизма, образующее поступательную пару со стойкой.	
Шатун	Звено рычажного механизма, образующее кинематические пары только с подвижными звеньями.	
Кулачок	Звено, имеющее элемент высшей пары, выполненный в виде поверхности переменной кривизны.	
















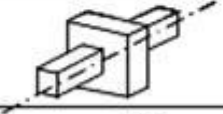


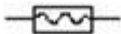
Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с моделью механизма, установить его назначение (например, преобразование вращательного движения в поступательное), определить число звеньев и кинематических пар. Составить кинематическую схему механизма без учета масштаба, обозначив на ней размеры, подлежащие измерению.
2. Измерить расстояние между центрами шарниров, расстояние до неподвижных направляющих, углы между плечами звеньев. Составить таблицу параметров звеньев механизма.
3. Выделить неподвижные элементы кинематических пар, принадлежащие стойке (базовые точки и линии) и нанести их на схему с учетом выбранного масштабного коэффициента длины μ_L , указав расстояния в миллиметрах непосредственно на чертеже. За начало координат базовых точек и линий принять центр вращения кривошипа.
4. Вычертить одно из положений ведущего звена, при котором в механизме нет наложения одного звена на другое. Показать стрелкой направление движения ведущего звена.
5. В выбранном масштабе вычертить кинематическую цепь, образованную остальными звеньями механизма, используя метод планов положений звеньев.
6. Пронумеровать звенья римскими цифрами, а кинематические пары – арабскими цифрами. Кроме того, центры вращательных кинематических пар обозначить прописными буквами латинского алфавита. Указать масштабный коэффициент длины, использованный при построении кинематической схемы.

Содержание отчета:

1. Наименование и цель работы
2. Кинематическая схема своего варианта
3. Расчеты
4. Выводы по работе

Таблица 2 Основные виды кинематических пар

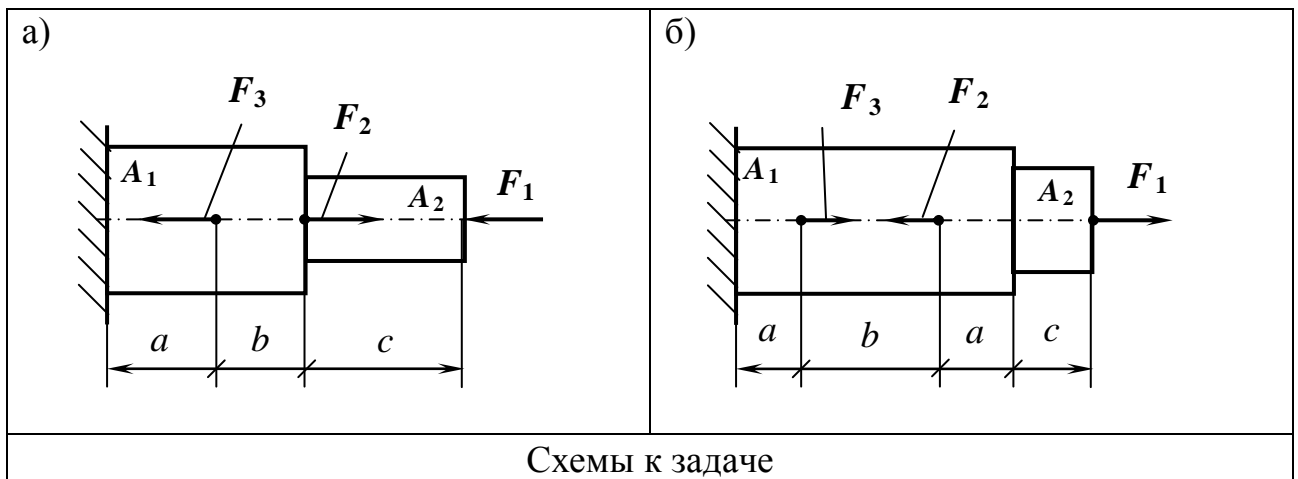
Число подвижностей, h	Число связей, s Класс пары	Название	Рисунок	Условное обозначение	Матрицы подвижностей в системе координат
					
5	1	Шар - плоскость			$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
4	2	Цилиндр - плоскость			$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
3	3	Сферическая			$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
3	3	Плоскостная			$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$
2	4	Цилиндрическая			$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
2	4	Сферическая с пальцем			$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
1	5	Вращательная			$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
1	5	Поступательная			$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$
1	5	Винтовая			

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 10.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР НОРМАЛЬНЫХ СИЛ, НОРМАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ, ПЕРЕМЕЩЕНИЙ СЕЧЕНИЙ БРУСА.

ЗАДАЧА. Защемленный в стене двухступенчатый брус нагружен осевыми силами, как показано на схеме. Массой бруса пренебречь. Необходимо:

- I) Определить нормальные силы и напряжения в поперечных сечениях по всей длине бруса;
 - II) Построить эпюры нормальных сил и напряжений по длине бруса;
 - III) Определить продольную деформацию бруса, если $E=2 \cdot 10^5$ МПа.
- Данные своего варианта взять из табл.



Таблица

F_2 , кН		20	-25	30	10	-15	A_1	A_2	F_1
F_3 , кН		-13	100	120	-40	150			
a, b, c	м	0,3	0,2	0,6	0,4	0,1	см ²		кН
№ варианта и задачи		01	02	03	04	05	4,0	1,0	45
		06	07	08	09	10	2,0	4,2	-50
		11	12	13	14	15	1,8	2,5	-60
		16	17	18	19	20	1,6	3,0	30
		21	22	23	24	25	5,6	2,8	-55
		26	27	28	29	30	3,5	4,8	10
		31	32	33	34	35	1,7	2,2	-20

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Защемленный в стене двухступенчатый брус нагружен осевыми силами. Массой бруса пренебречь.

- I) Определить нормальные силы и напряжения в поперечных сечениях по всей длине бруса;
- II) Построить эпюры нормальных сил и напряжений по длине бруса;
- III) Определить перемещение свободного конца бруса, если $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

ДАНО: $F_1 = 30$ кН; $F_2 = 38$ кН; $F_3 = 42$ кН; $A_1 = 1,9$ см²; $A_2 = 3,1$ см²;
 $a = 0,2$ м; $b = 0,1$ м; $c = 0,5$ м.

НАЙТИ: N_i ; σ_i ; Δl .

РЕШЕНИЕ:

1. Разбиваем брус на участки: AB ; BC ; CD .
2. Определяем значения нормальной силы N на участках бруса:

Участок AB , сечение I-I, $N_1 = F_1 = 30$ кН;

Участок BC , сечение II-II, $N_2 = F_1 + F_2 = 30 + 38 = 68$ кН;

Участок CD , сечение III-III, $N_3 = F_1 + F_2 - F_3 = 30 + 38 - 42 = 26$ кН.

Строим эпюру нормальных сил.

3. Вычисляем значения нормальных напряжений на участках бруса:

$$\text{Участок } AB, \text{ сечение I-I, } \sigma_1 = N_1 / A_1 = \frac{30 \cdot 10^3}{1,9 \cdot 10^2} = 158 \text{ Н/мм}^2; \sigma_1 = 158 \text{ МПа};$$

$$\text{Участок } BC, \text{ сечение II-II, } \sigma_2 = N_2 / A_1 = \frac{68 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^2} = 219,4 \text{ Н/мм}^2; \sigma_2 = 219,4 \text{ МПа};$$

$$\text{Участок } CD, \text{ сечение III-III, } \sigma_3 = N_3 / A_1 = \frac{26 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^2} = 84 \text{ Н/мм}^2; \sigma_3 = 84 \text{ МПа}.$$

Строим эпюру нормальных напряжений.

4. Определяем продольную деформацию бруса:

Участок AB , сечение I-I,

$$\Delta l_1 = N_1 \cdot l_1 / A_1 \cdot E = 30 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^3 / 1,9 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^5 = 4 \cdot 10^{-1} \text{ мм}; \Delta l_1 = 0,4 \text{ мм};$$

Участок BC , сечение II-II,

$$\Delta l_2 = N_2 \cdot l_2 / A_2 \cdot E = 68 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^3 / 3,1 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^5 = 1 \cdot 10^{-1} \text{ мм}; \Delta l_2 = 0,1 \text{ мм};$$

Участок CD , сечение III-III,

$$\Delta l_3 = N_3 \cdot l_3 / A_2 \cdot E = 26 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^3 / 3,1 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^5 = 0,8 \cdot 10^{-1} \text{ мм}; \Delta l_3 = 0,08 \text{ мм};$$

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0,4 + 0,1 + 0,08 = 0,58 \text{ мм}.$$

ОТВЕТ: $\Delta l = 0,58$ мм. Стержень растянут.

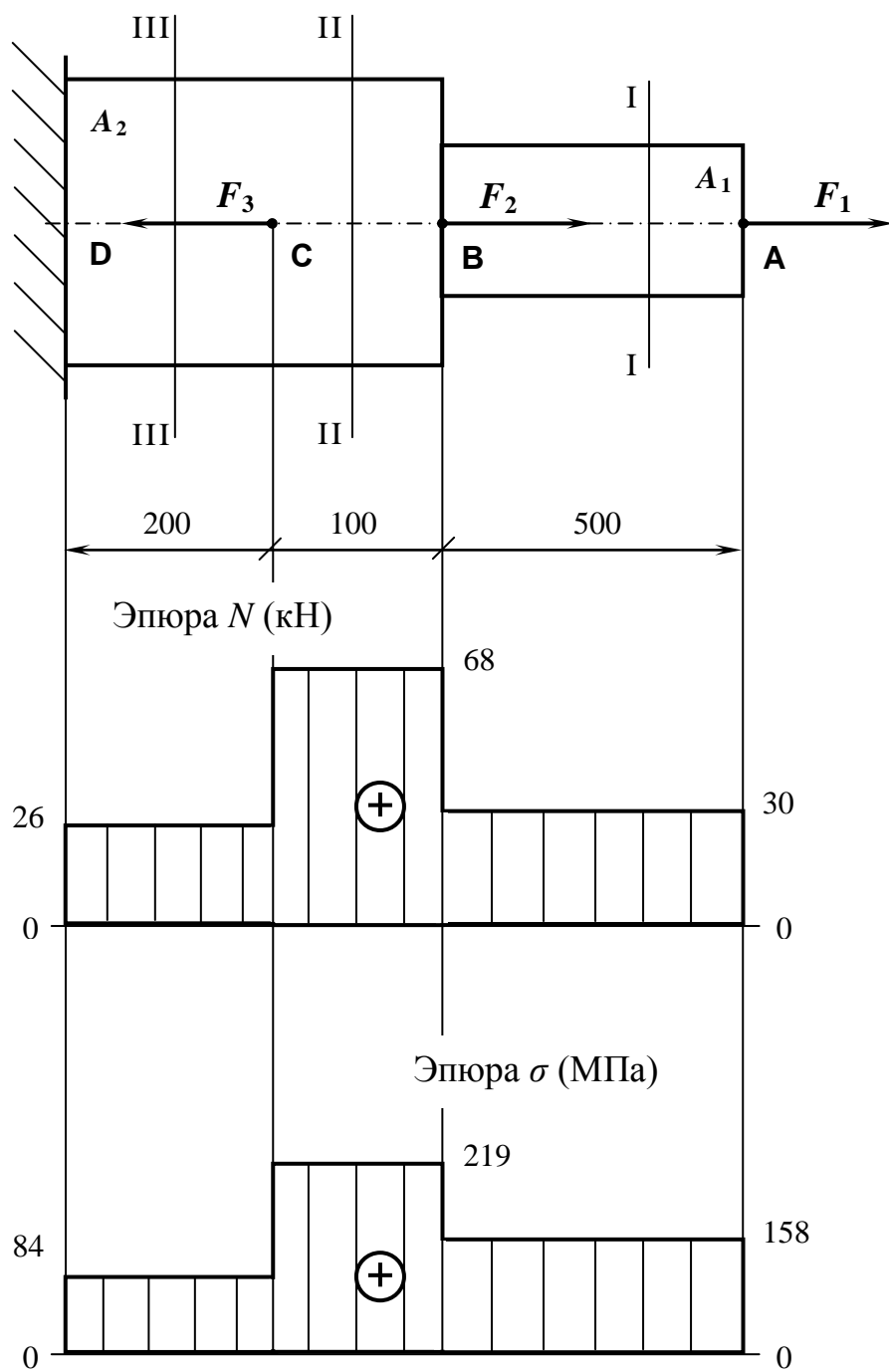


Рис. «Расчет ступенчатого стержня»

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 11.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ.

Цель: закрепление теоретических знаний по теме «Растяжение и сжатие» и приобретение практических умений в проведении проекторочных и проверочных расчетов на прочность и жесткость.

Задание 1. Стальной стержень находится под действием продольных сил.

- 1) Построить эпюры внутренних продольных сил F и нормальных напряжений σ ,
- 2) Найти перемещение Δl свободного конца бруса. Влиянием собственного веса стержня пренебречь.

Модуль упругости стали $E_{ст}$ равен 215 ГПа.

Номер варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F , кН	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145
A , мм ² х1000	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7
k	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,4
b , м	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65

Схема № 0

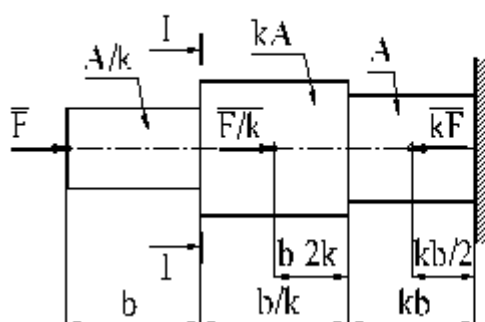


Схема № 1

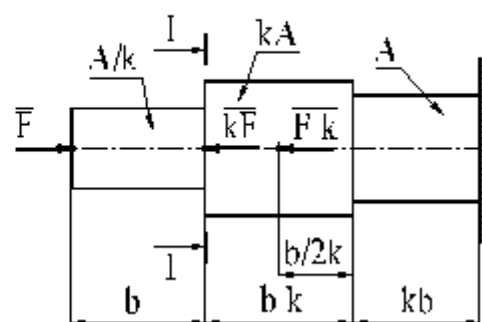


Схема № 2

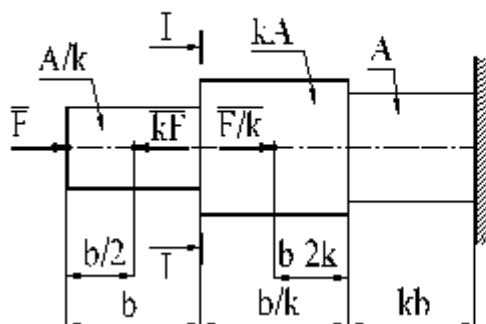


Схема № 3

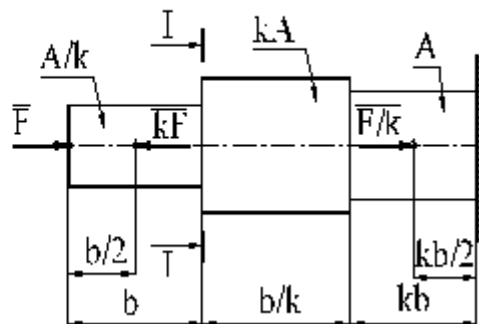


Схема № 4

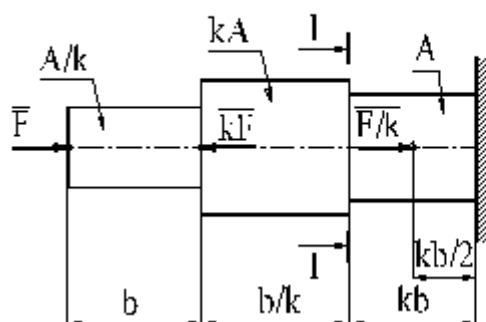


Схема № 5

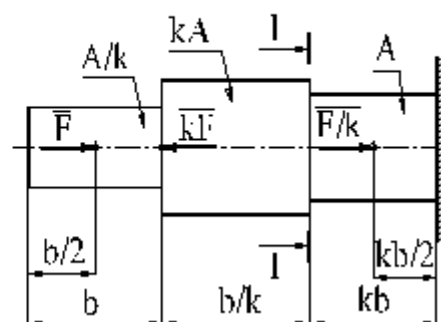


Схема № 6

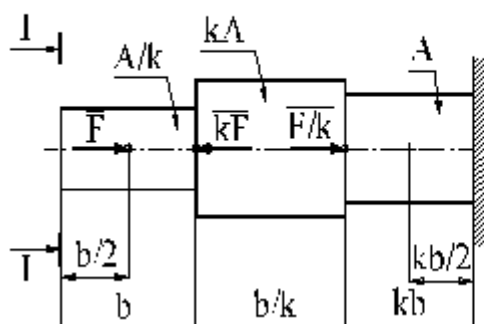


Схема № 7

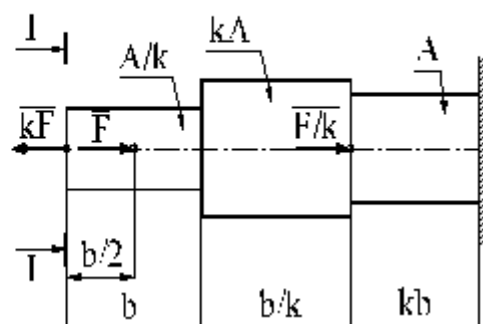


Схема № 8

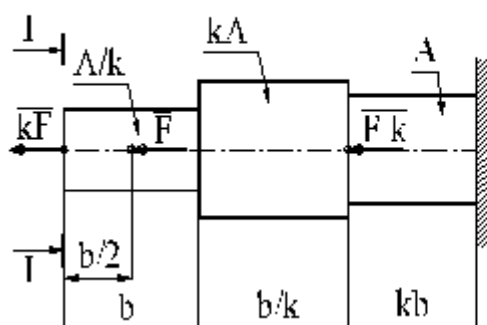
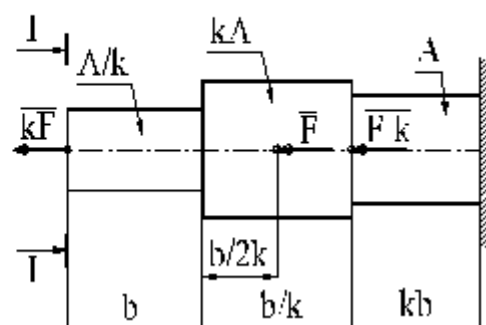
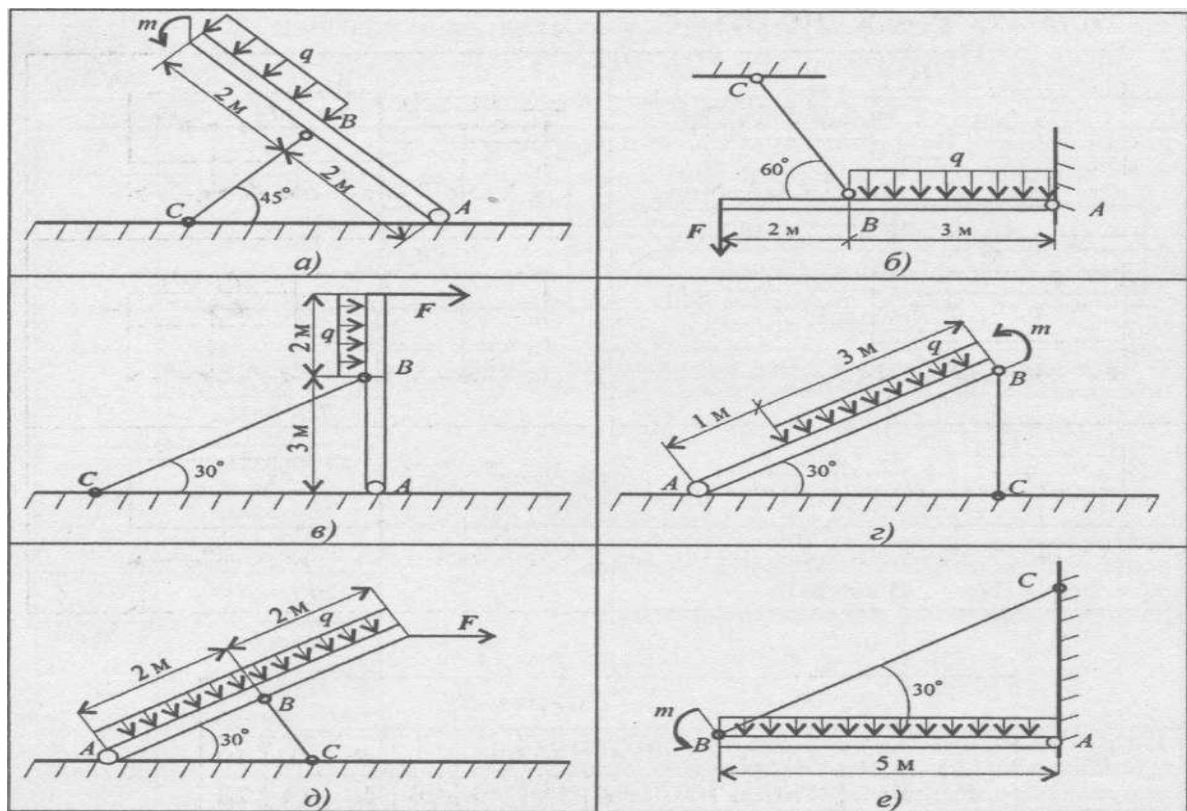


Схема № 9



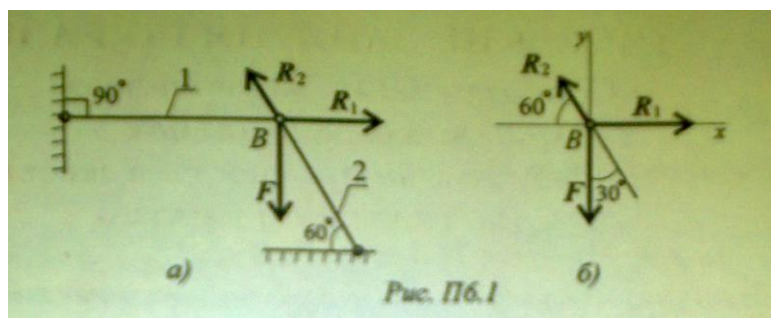
Задание 2. Балка АВ, на которую действуют указанные нагрузки, удерживается в равновесии тягой ВС. Определить размеры поперечного сечения тяги для двух случаев: 1) сечение — круг; 2) сечение — уголок равнополочный по ГОСТ 8509-86. Принять $[\sigma] = 160$ МПа. Собственный вес конструкции не учитывать.



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F , кН	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
m , кН-м	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
q , кН/м	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

Примеры расчетов на прочность и жесткость

Пример 1. Груз закреплен на стержнях и находится в равновесии (рис.). Материал стержней — сталь, допускаемое напряжение 160 МПа. Вес груза 100 кН. Длина стержней: первого — 2 м, второго — 1 м. Определить размеры поперечного сечения и удлинение стержней. Форма поперечного сечения — круг.



Решение

1. Определить нагрузку на стержни. Рассмотрим равновесие точки В, определим реакции стержней. По пятой аксиоме статистики (закону действия и противодействия) реакция стержня численно равна нагрузке на стержень.

Наносим реакции связей, действующих в точке В. Освобождаем точку В от связей (рис.).

Выбираем систему координат так, чтобы одна из осей координат совпала с известной силой (рис.).

Составим систему уравнений равновесия для точки В:

$$\sum F_x = -R_2 \cos 60^\circ + Y_B = 0;$$

$$\sum F_y = R_2 \cos 30^\circ - F = 0.$$

Решаем систему уравнений и определяем реакции стержней. $F = 100$

$$R_2 = \frac{F}{\cos 30^\circ}; \quad R_2 = \frac{100}{0,866} = 115,5 \text{ кН}.$$

$$R_1 = R_2 \cos 60^\circ; \quad R_1 = 115,5 * 0,5 = 57,4 \text{ кН}.$$

Направление реакций выбрано верно. Оба стержня сжаты. Нагрузки на стержни: $F_1 = 57,4 \text{ кН}$; $F_2 = 115,5 \text{ кН}$.

2. Определяем требуемую площадь поперечного сечения стержней из условий прочности.

Условие прочности на сжатие: $\sigma = N / A \leq [\sigma]$, откуда

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}.$$

Стержень 1 ($N_1 = F_1$):

$$A_1 \geq \frac{57,4 * 10^3}{160} = 358,75 \text{ мм}^2.$$

Для круга

$$A = \pi R^2; \quad R = \sqrt{\frac{A}{\pi}}; \quad R_1 \geq \sqrt{\frac{358,75}{3,14}} = 10,68 \text{ мм}; \quad d_1 = 21,3 \text{ мм}.$$

Стержень 2 ($N_2 = F_2$):

$$A_2 \geq \frac{115,5 * 10,3}{160} = 722 \text{ мм}^2; \quad R_2 \geq \sqrt{\frac{722}{3,14}} = 15,2 \text{ мм};$$

$$d_2 = 30,4 \text{ мм}.$$

Полученные диаметры округляем: $d_1 = 25 \text{ мм}$, $d_2 = 32 \text{ мм}$.

3. Определяем удлинение стержней $\Delta l = \frac{Nl}{AE}$.

Укорочение стержня 1:

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}; \quad A_2 = \frac{3,14 * 25^2}{4} = 490 \text{ мм}^2;$$

$$\Delta l_1 = \frac{57,4 * 10^3 * 2 * 10^3}{2 * 10^5 * 490} = 1,17 \text{ мм}.$$

Укорочение стержня 2:

$$A_2 = \frac{3,14 * 32^2}{4} = 804 \text{ мм}^2; \quad \Delta l_2 = \frac{115,5 * 10^3 * 1 * 10^3}{2 * 10^5 * 804} = 0,72 \text{ мм}.$$

Пример 2. Однородная жесткая плита с силой тяжести 10 кН, нагруженная силой $F = 4,5$ кН и моментом $m = 3$ кН·м, опирается в точке A и подвешена на стержне BC (рис. П6.2). Подобрать сечение стержня в виде швеллера и определить его удлинение, если длина стержня 1 м, материал — сталь, предел текучести 570 МПа, запас прочности для материала 1,5.

Решение

1. Определить усилие в стержне под действием внешних сил.

Система находится в равновесии, можно использовать уравнение равновесия для плиты: $m_A = 0$.

R_B — реакция стержня, реакции шарнира A не рассматриваем.

$$\sum m_A = m + G \cdot 5 - R_B \cdot 7 + F \cdot 10 = 0$$

$$R_B \cdot 7 = m + G \cdot 5 + F \cdot 10.$$

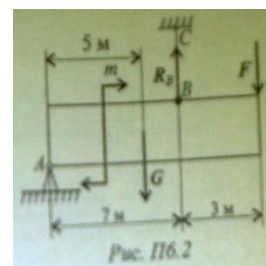
$$\text{Откуда } R = \frac{3 + 10 \cdot 5 + 4,5 \cdot 10}{7} = 14 \text{ кН}.$$

По третьему закону динамики реакция в стержне равна силе, действующей от стержня на плиту. Усилие в стержне равно 14 кН.

2. По условию прочности определяем требуемую величину площади поперечного сечения: $\sigma = N / A \leq [\sigma]$, откуда $A \geq N / [\sigma]$.

Допускаемое напряжение для материала стержня

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]} = \frac{570}{1,5} = 380 \text{ МПа}$$



$$\text{Следовательно } A \geq \frac{14 \cdot 10^3}{380} = 36,8 \text{ мм}^2 = 0,368 \text{ см}^2.$$

3. Подбираем сечение стержня по ГОСТ (Приложение 1). Минимальная площадь швеллера 6,16 см² (№ 5; ГОСТ 8240-89). Целесообразнее использовать равнополочный уголок № 2 ($d = 3$ мм), • площадь поперечного сечения которого 1,13 см² (ГОСТ 8509-86).

4. Определить удлинение стержня:

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE}, E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

$$\Delta l = \frac{14 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 113} = 0,62 \text{ мм}.$$

Контрольные вопросы.

1. Какие ВСФ сокращений желательно избегать или расшифровывать их возникают в сечении бруса при растяжении и сжатии?
2. Как распределяются по сечению силы упругости при растяжении и сжатии?
3. Как распределены напряжения по сечению при растяжении и сжатии?
4. Что показывает эпюра продольной силы?
5. Что характеризует модуль упругости материала? Какова единица измерения модуля упругости?
6. Как определяется абсолютное удлинение ступенчатого бруса, нагруженного несколькими силами?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 12.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ ЦЕНТРАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ СОСТАВНЫХ СЕЧЕНИЙ, ИМЕЮЩИХ ОСЬ СИММЕТРИИ.

Цель занятия: Определить главные центральные моменты инерции сложного симметричного сечения, составленного из профилей стандартного проката

Последовательность решения задачи:

- 1) провести центральные оси простых сечений у сложного сечения центр тяжести, которой известен;
- 2) определить необходимые данные для простых сечений:
 - а) выписать из таблиц ГОСТа для каждого стандартного профиля необходимые справочные данные (J_{xi} ; J_{yi}), определить центральные моменты инерции полосы;
 - б) определить расстояния между главной центральной осью сложного сечения и центральными осями простых сечений по формуле: $a_i = |y_C - y_i|$;
- 3) определить главные центральные моменты инерции сложного сечения.

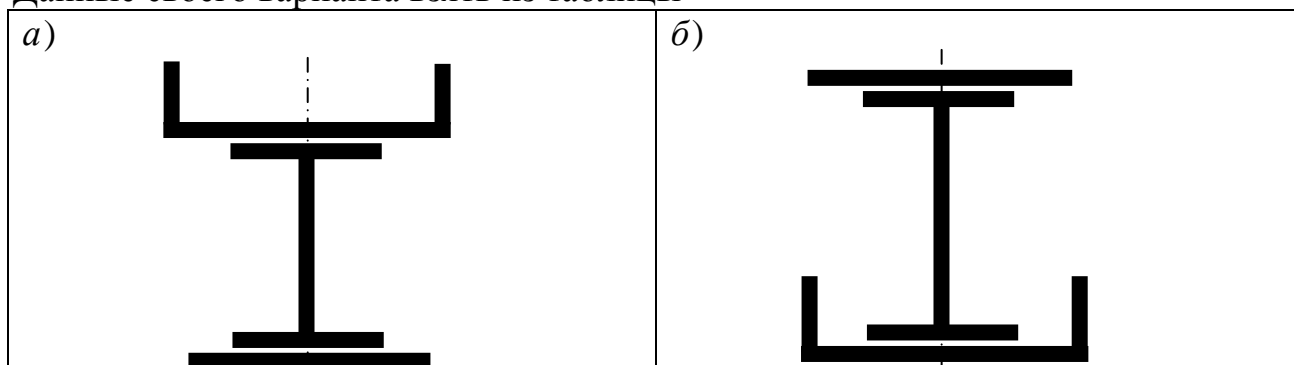
Контрольные вопросы для обучающихся:

1. Какая величина называется статическим моментом сечения?
2. Назовите свойство статического момента сечения относительно центральных осей.
3. Какие величины называются осевыми моментами инерции сечения, какие сечения они характеризуют?
4. Какая величина называется центробежным моментом инерции сечения, какие сечения они характеризуют?
5. Какая величина называется полярным моментом инерции сечений, какие сечения он характеризует?
6. Назовите свойство полярного момента инерции сечения.
7. Какие моменты инерции сечения и оси называются главными?
8. Какие моменты инерции сечения называются главными центральными?

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

ЗАДАЧА. Для плоского симметричного сечения составленного из профилей стандартного проката определить главные центральные моменты инерции

Данные своего варианта взять из таблицы



Схемы к задаче

Таблица

№ двутавра	30	20	18	22	27	№ швеллера	Полоса, h×b, мм
№ варианта и данные к задаче	01	02	03	04	05	12	140×10
	06	07	08	09	10	14	150×12
	11	12	13	14	15	20	160×12
	16	17	18	19	20	22	160×10
	21	22	23	24	25	24	150×10
	26	27	28	29	30	30	300×16
	31	32	33	34	35	16	420×20

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА. Для плоского симметричного сечения составленного из профилей стандартного проката определить главные центральные моменты инерции

ДАНО: полоса 120×10 (ГОСТ 103-76);

двутавр № 12 (ГОСТ 8239-89); швеллер № 14 (ГОСТ 8240-89);

центр тяжести сечения: $C(0; 8)$.

НАЙТИ: J_x ; J_y .

РЕШЕНИЕ II:

1) Провести центральные оси простых сечений.

2) Выписываем из таблиц ГОСТа и определяем центральные моменты инерции для простых сечений:

Полоса 120×10; $A_1=12 \text{ см}^2$; $C_1(0; 0,5)$;

$J_{x1}=b \cdot h^3/12=12 \cdot 1^3/12=1 \text{ см}^4$; $J_{y1}=b^3 \cdot h/12=12^3 \cdot 1/12=144 \text{ см}^4$.

Двутавр № 12; $A_2=14,7 \text{ см}^2$; $C_2(0; 7)$; $J_{x2}=350 \text{ см}^4$; $J_{y2}=27,9 \text{ см}^4$.

Швеллер № 14; $A_3=15,6 \text{ см}^2$; $C_3(0; 14,67)$; $J_{x3}=45,4 \text{ см}^4$; $J_{y3}=491 \text{ см}^4$

3) Определяем расстояния между главной центральной осью сложного сечения и центральными осями простых сечений:

$a_1=|y_C-y_1|=8-0,5=7,5 \text{ см}$; $a_2=|y_C-y_2|=8-7=1 \text{ см}$;

$a_3=|y_C-y_3|=|8-14,67|=6,67 \text{ см}$.

4) Определяем главный центральный момент инерции сложного сечения относительно оси y по формуле:

$$J_y = \sum J_{yi} = J_{y1} + J_{y2} + J_{y3} = 144 + 27,9 + 491 = 662,9 \text{ см}^4.$$

5) Определяем главный центральный момент инерции сложного сечения относительно оси x по формуле:

$$J_{xC} = \sum (J_{xi} + a_i^2 \cdot A_i) = (J_{x1} + a_1^2 \cdot A_1) + (J_{x2} + a_2^2 \cdot A_2) + (J_{x3} + a_3^2 \cdot A_3);$$

$$J_{xC} = (1 + 7,5^2 \cdot 12) + (350 + 1^2 \cdot 14,7) + (45,4 + 6,67^2 \cdot 15,6) = 1780,1 \text{ см}^4.$$

ОТВЕТ: $J_{\max} = J_{xC} = 1780,1 \text{ см}^4$; $J_{\min} = J_y = 662,9 \text{ см}^4$.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 13.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТОВ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ПРИ КРУЧЕНИИ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ, УГЛОВ ЗАКРУЧИВАНИЯ.

Цель: закрепление теоретических знаний по теме «Кручение» и приобретение практических умений в проведении проекторочных и проверочных расчетов круглого бруса для статически определимых систем.

Задание. К стальному брусу круглого поперечного сечения приложены четыре крутящих момента M_1 , M_2 , M_3 , X , три из которых известны.

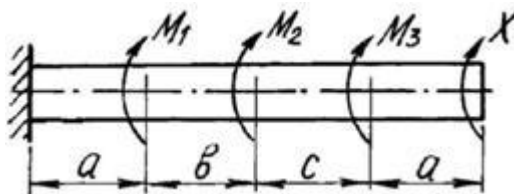
Требуется:

1. Построить эпюру крутящих моментов по длине вала для предложенной в задании схемы.
2. Выбрать рациональное расположение колес на валу и дальнейшие расчеты проводить для вала с рационально расположенными шкивами.
3. Определить потребные диаметры вала круглого сечения из расчета на прочность и жесткость и выбрать наибольшее из полученных значений, округлив величину диаметра.
4. Сравнить затраты металла для случая круглого и кольцевого сечений. Сравнение провести по площадям поперечных сечений валов.

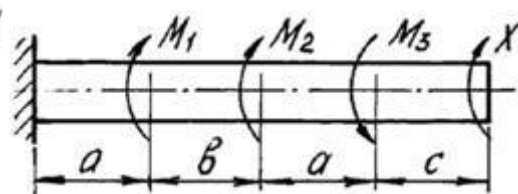
Площади валов рассчитать в наиболее нагруженном сечении (по максимальному крутящему моменту на эпюре моментов)

Номер строки	Схема по рис. 3	Размер, м			Момент, кНм			[τ], МПа
		a	b	c	M_1	M_2	M_3	
01	1	0,8	0,4	1,0	2,0	1,6	1,0	35
02	2	0,6	0,5	0,5	1,8	1,7	1,2	40
03	3	0,4	0,7	0,7	1,7	0,9	0,7	50
04	4	0,6	0,4	0,6	1,5	0,8	1,5	45
05	5	0,5	0,8	0,4	1,3	2,0	1,4	60
06	6	0,7	1,0	0,8	1,0	1,7	2,0	40
07	7	1,0	0,7	1,0	1,6	1,5	1,6	35
08	8	0,4	0,6	0,5	1,4	1,6	1,8	70
09	9	0,7	0,4	0,6	1,5	0,8	0,9	80
10	10	0,5	0,5	0,4	0,9	1,0	1,5	60

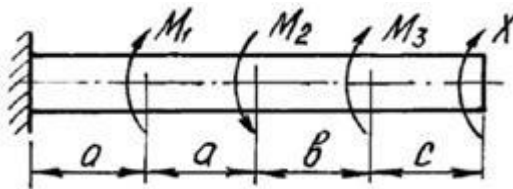
1 схема



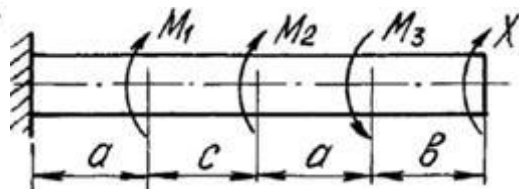
2 схема



3 схема



4 схема



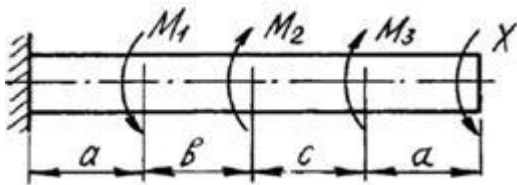
5 схема



6 схема



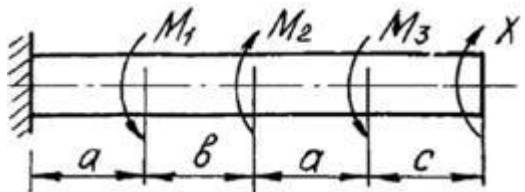
7 схема



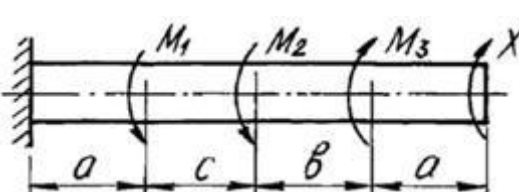
8 схема



9 схема

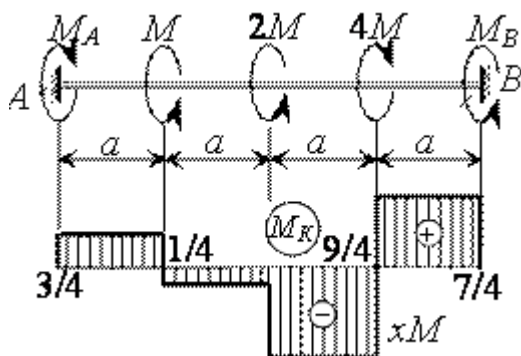


10 схема



Примеры расчетов на кручение

Пример 1. Определить из расчета на прочность допускаемое значение M , если $[\tau] = 45 \text{ МПа}$, $d = 10 \text{ см}$.



Решение.

1. Определение реакций опор. Задача является статически неопределимой, поэтому в дополнение к уравнению статики $\sum m_x = 0$, $M_B - M_A + 3M - 4M = 0$, необходимо составить уравнение перемещений $\varphi_{BA} = 0$,

$$\varphi_{BA} = \frac{M_B \cdot 4a}{GI_p} - \frac{4M \cdot 3a}{GI_p} + \frac{2M \cdot 2a}{GI_p} + \frac{M \cdot a}{GI_p} = 0,$$

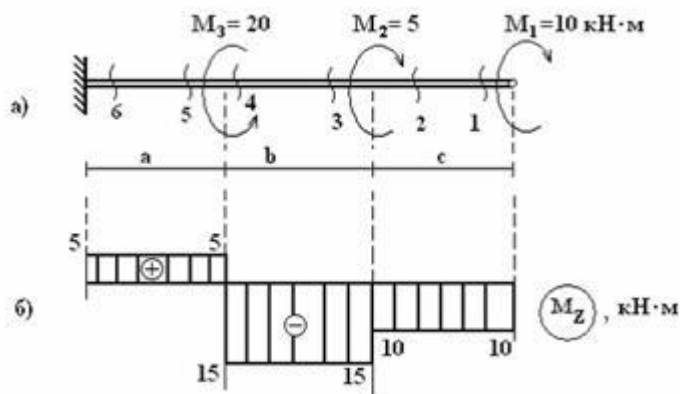
откуда $M_B = (7/4) M$, а из уравнения статики $M_A = (3/4) M$. Далее строим эпюру M_K , из которой определяем $M_{K \max} = (9/4) M$.

2. Определение допустимого значения момента M .

Из условия прочности имеем $\tau_{\max} = M_{K \max} / W_p = (9/4) M / W_p \leq [\tau]$,

откуда $[M] = (4/9) W_p [\tau] = (4/9) 0,2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6} \cdot 45 \cdot 10^6 = 4 \text{ кНм}$.

Пример 2. Построить эпюру крутящих моментов M_Z .



Решение:

1) Проводим ось.

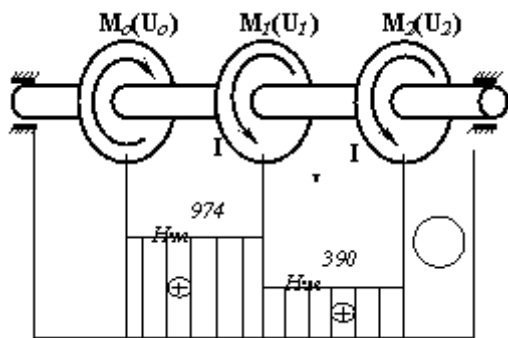
2) Стержень имеет три участка загрузения. Делаем сечения в начале и конце каждого участка, отбрасываем жесткую заделку и определяем M_Z . Полученные положительные значения откладываем, например, вверх, отрицательные – вниз и соединяем прямой линией (см. рис.):

$$\begin{aligned} M_Z^{(1)} &= -M_1 = -10 \text{ кНм}; & M_Z^{(2)} &= -M_1 = -10 \text{ кНм}; \\ M_Z^{(3)} &= -M_1 - M_2 = -10 - 5 = -15 \text{ кНм}; & M_Z^{(4)} &= -15 \text{ кНм}; \\ M_Z^{(5)} &= -M_1 - M_2 + M_3 = -15 + 20 = 5 \text{ кНм}; & M_Z^{(6)} &= 5 \text{ кНм} \end{aligned}$$

3) Ставим знак, эпюру штрихуем и обозначаем.

4) Проверка эпюры: к стержню не приложены распределенные нагрузки, поэтому на эпюре нет наклонных прямых. В сечении (1) приложена пара сил $M_1 = 10 \Rightarrow$ на эпюре имеем скачок, равный 10; на границе первого и второго участка приложена пара сил $M_2 = 5 \Rightarrow$ на эпюре скачок $15 - 10 = 5$; на границе второго и третьего участка приложена пара сил $M_3 = 20 \Rightarrow$ на эпюре получился скачок $15 + 5 = 20$.

Пример 3. На вал, делающий $n = 100$ об/мин, передается через ведущий шкив мощность $U_0 = 10$ кВт. С двух ведомых шкивов снимаются мощности $U_1 = 6$ кВт и $U_2 = 4$ кВт (см. рис.) Построить эпюру крутящих моментов T для этого вала.



Решение.

Определяются величины внешних скручивающих моментов по формуле

$$M = \frac{30570}{\pi n} U :$$

$$M_0 = \frac{30570}{3,14 \cdot 100} 10 = 974 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_1 = \frac{30570}{3,14 \cdot 100} 6 = 584 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

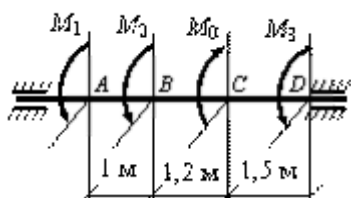
$$M_2 = \frac{30570}{3,14 \cdot 100} 4 = 390 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Вал разбивается на два участка, границами которых являются сечения, где приложены внешние моменты. Применяя метод сечений на первом и втором участках, и пользуясь указанным выше правилом для расчета крутящего момента T , получим

$$T_1 = M_0 = 974 \text{ Нм}; \quad T_2 = M_0 - M_1 = 974 - 584 = 390 \text{ Нм}.$$

Эпюра крутящих моментов представлена на рисунке.

Пример 4. Для вала, показанного на рисунке, сплошного круглого поперечного сечения найти необходимые диаметры по участкам. Материал вала – сталь, модуль сдвига $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, расчетное сопротивление на срез $R_s = 30$ МПа, допускаемый угол закручивания $\theta_{\text{доп}} = 0,3$ град/м.



Решение.

Прежде всего строится эпюра крутящих моментов. Значения крутящих моментов по участкам следующие:

$$T_1 = -M_1 = -0,3 \text{ кНм};$$

$$T_2 = -M_1 - M_2 = -0,9 \text{ кНм};$$

$$T_3 = -M_1 - M_2 + M_0 = 1,5 \text{ кНм}.$$

Далее производится расчет диаметров по участкам вала из условия прочности,

т.е. с использованием формулы $d_{\text{пр}} = \sqrt[3]{\frac{5T}{R_s}}$.

$$d_{1\text{пр}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 0,3}{30 \cdot 10^3}} = 0,03684 \text{ м},$$

$$d_{2\text{пр}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 0,9}{30 \cdot 10^3}} = 0,05313 \text{ м},$$

$$d_{3\text{пр}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 1,5}{30 \cdot 10^3}} = 0,063 \text{ м}.$$

Затем рассчитываются диаметры по участкам вала из условия жесткости, т.е. с

использованием формулы $d_{\text{жест.}} = \sqrt[4]{\frac{10T}{G\theta_{\text{адж}}} \cdot \frac{180}{\pi}}$.

$$d_{1\text{жест.}} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 0,3 \cdot 180}{8 \cdot 10^7 \cdot 0,3 \cdot 3,14}} = 0,052 \text{ м},$$

$$d_{2\text{жест.}} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 0,9 \cdot 180}{8 \cdot 10^7 \cdot 0,3 \cdot 3,14}} = 0,0686 \text{ м},$$

$$d_{3\text{жест.}} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 1,5 \cdot 180}{8 \cdot 10^7 \cdot 0,3 \cdot 3,14}} = 0,0778 \text{ м}.$$

В качестве окончательных следует выбрать значения диаметров, рассчитанные из условия жесткости. Таким образом, окончательные размеры диаметров вала таковы: $d_1 = 52 \text{ мм}$, $d_2 = 69 \text{ мм}$, $d_3 = 78 \text{ мм}$.

Контрольные вопросы.

1. Какие деформации возникают при кручении?
2. Какие гипотезы выполняются при деформации кручения?
3. Какие ВСФ возникают при кручении?
4. Что такое рациональное расположение колёс на валу?
5. Как распределяется касательное напряжение при кручении?
6. Какая связь между углом сдвига и углом закручивания?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 14.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ И ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ

Задача

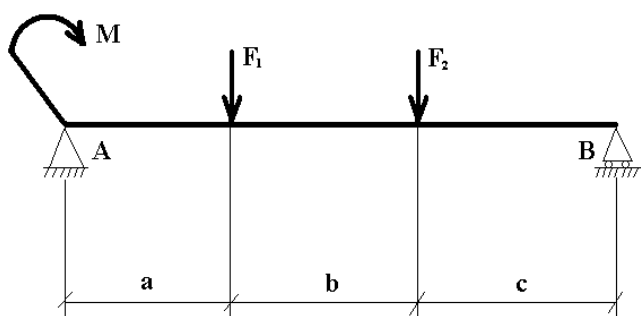
Для двухопорной балки (рисунки 5.1 – 5.10) **построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил**, подобрать сечение стального двутавра. Расчет провести по допускаемым напряжениям, приняв $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Данные для задачи своего варианта взять из таблицы 6.

Таблица

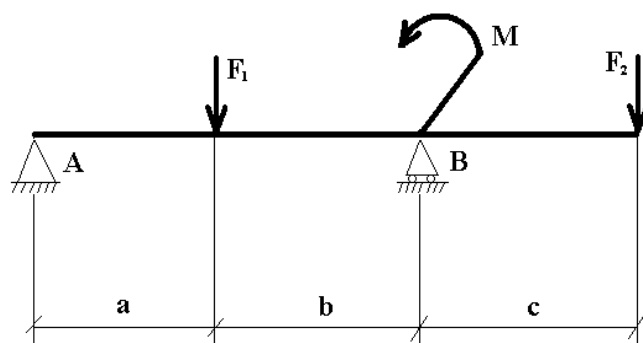
Алфавит	1	2	3	4	5	6	7
	Схема	F_1 , кН	F_2 , кН	M , кН·м	a , м	b , м	c , м

АКФ	1	30	40	20	2,0	6,0	2,0
БЛХ	2	40	50	40	4,0	4,0	2,0
ВМЦ	3	50	40	30	5,0	3,0	2,0
ГНЧ	4	60	30	25	2,0	3,0	5,0
ДОШ	5	45	25	35	3,0	3,0	4,0
ЕПЩ	6	35	40	45	1,0	4,0	5,0
ЁРЫ	7	25	35	15	2,0	5,0	3,0
ЖСЭ	8	20	60	50	1,0	6,0	3,0
ЗТЮ	9	15	35	20	4,0	3,0	3,0
ИУЯ	10	40	30	15	1,5	4,5	4,0

1

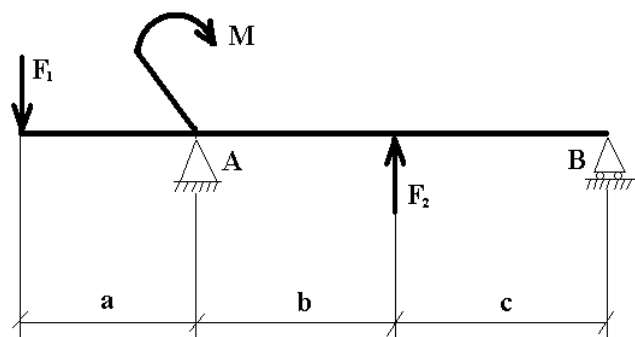


2

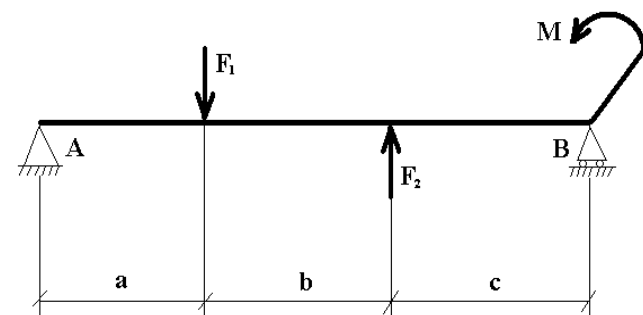


Рисунки 5.1, 5.2 – Задания к задаче

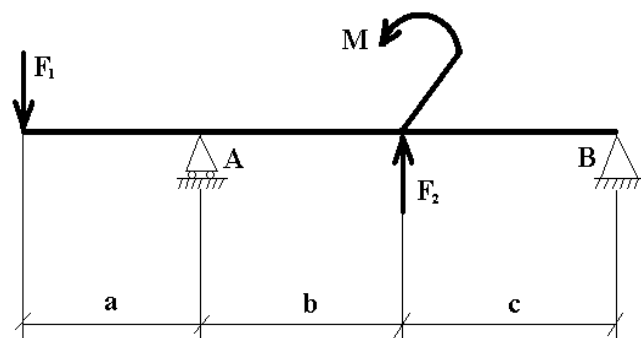
3



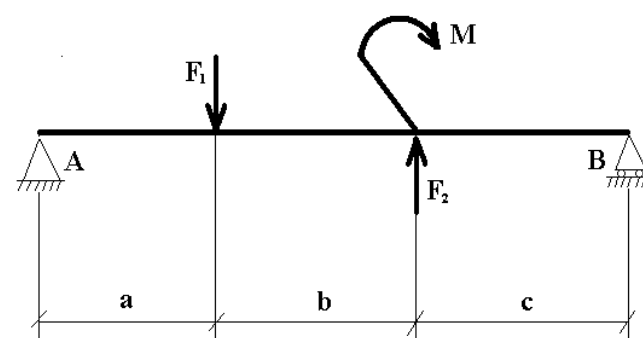
4



5

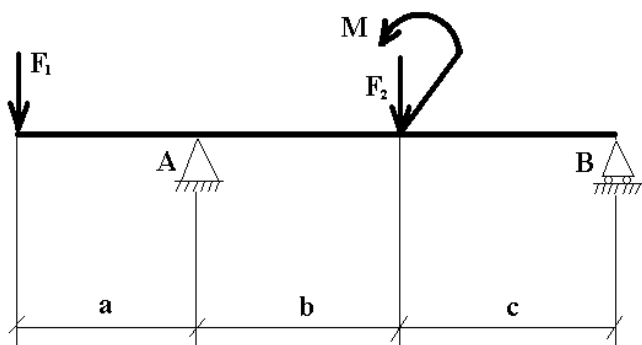


6

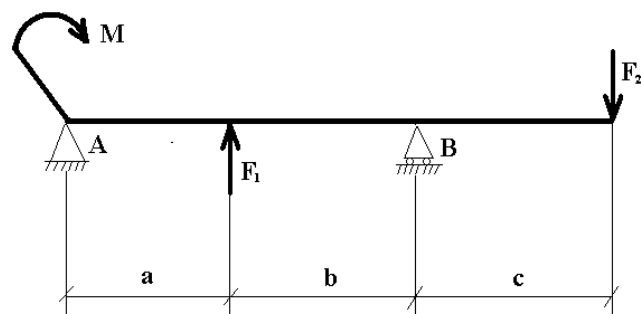


7

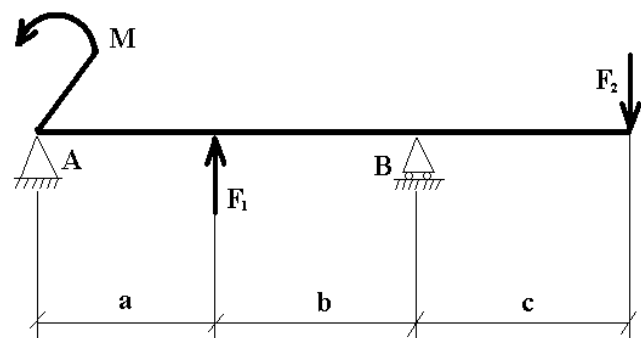
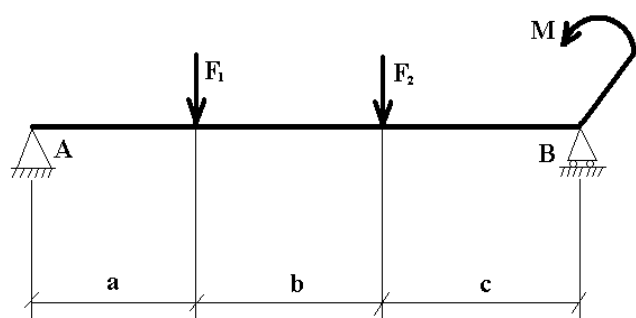
8



9



10



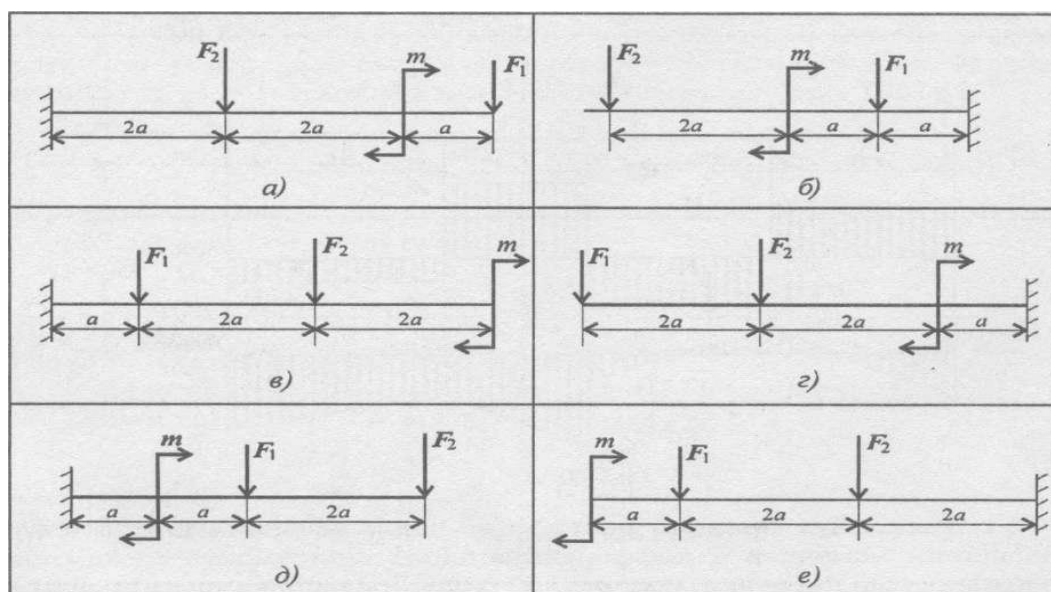
Рисунки 5.1 – 5.10 – Задания к задаче

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 15.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТОВ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ИЗГИБЕ

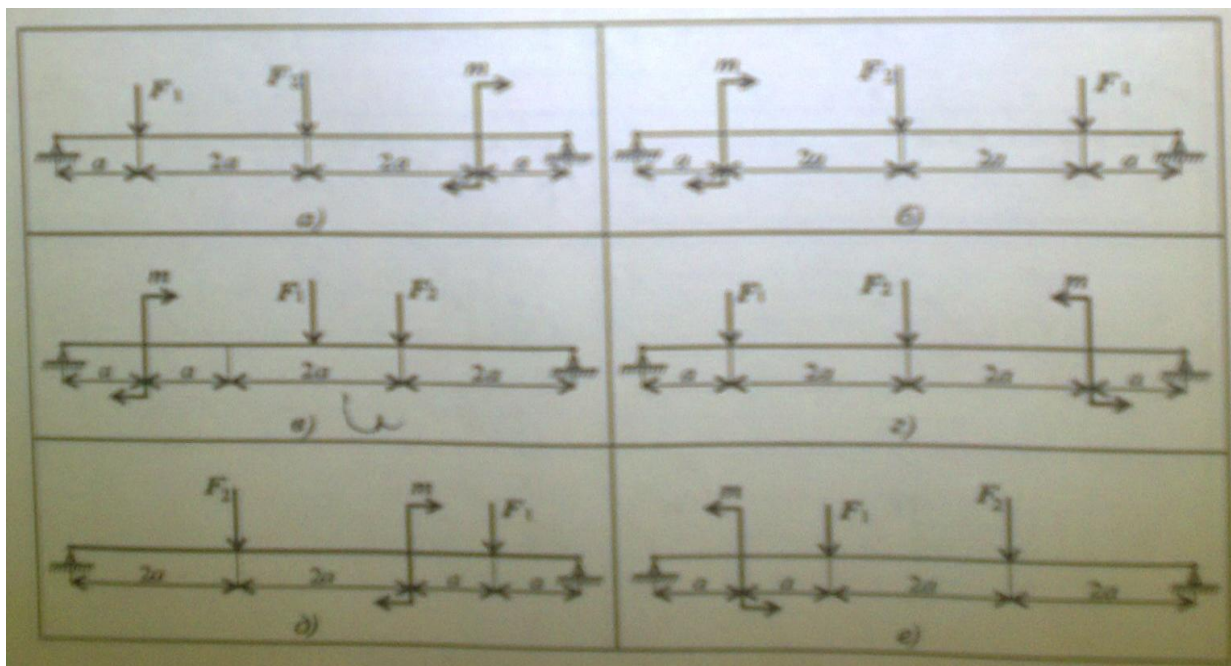
Цель: закрепление теоретических знаний по теме «Изгиб» и приобретение практических умений в построении эпюр, в проведении проективных и проверочных расчетов на прочность.

Задание 1. Для одноопорной балки, нагруженной сосредоточенными силами и парой сил с моментом m , построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Найти максимальный изгибающий момент и из условия прочности подобрать поперечное сечение для балки в виде двутавра и прямоугольника с соотношением сторон $h = 26$. Материал — сталь, допускаемое напряжение 160 МПа. Рассчитать площади поперечных сечений и сделать вывод о целесообразности применения сечения.



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1, \text{кН}$	10	12	14	16	18	10	22	4	26	28
$F_2, \text{кН}$	4,4	4,8	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24
$m, \text{к} \cdot \text{Нм}$	8	7	6	5	4	8	7	6	5	4
$a, \text{м}$	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6

Задание 2. Для двух опорной балки, нагруженной сосредоточенными силами и парой сил с моментом, определить реакции в опорах. Найти максимальный изгибающий момент и, используя условие прочности, подобрать необходимые размеры поперечных сечений. Материал — сталь, допускаемое напряжение изгиба 160 МПа. Сечение — швеллер.



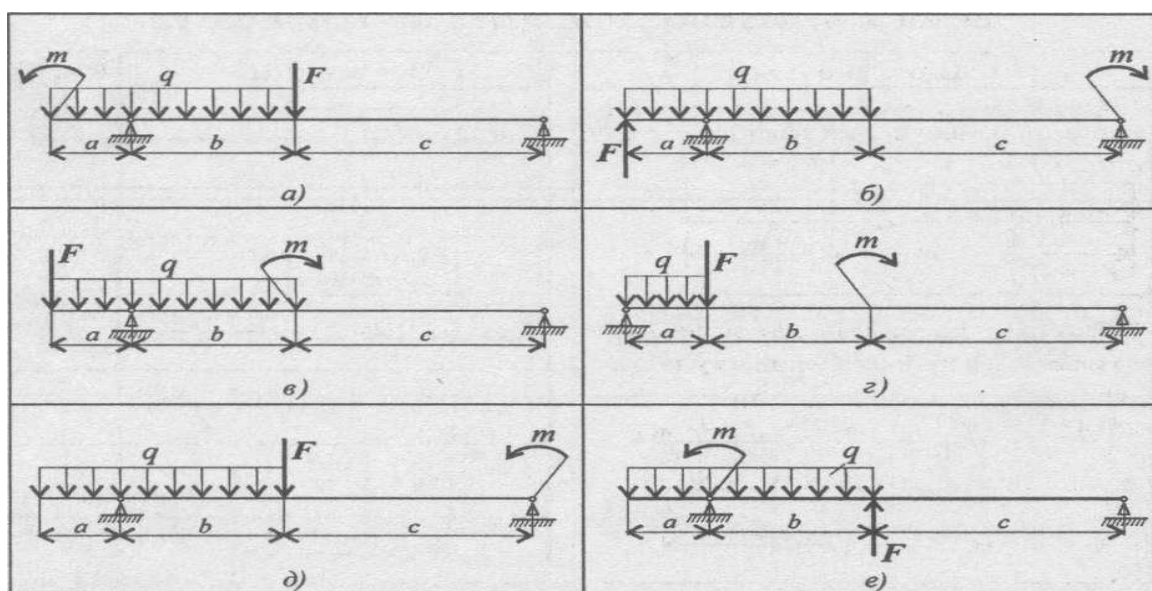
Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1, \text{кН}$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$F_2, \text{кН}$	4,4	4,8	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24
$m, \text{кН} \cdot \text{м}$	3	4	5	6	7	7	6	5	4	3
$a, \text{м}$	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6

Задание 3. Для изображенных балок построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Сечение балок — двутавр. Материал — сталь, допускаемое напряжение изгиба 160 МПа. Проверить прочность балок. В случае, если прочность не обеспечена, подобрать сечение большего размера.

В вариантах 1-5 использован двутавр № 20.

В вариантах 6-10 — двутавр № 30.

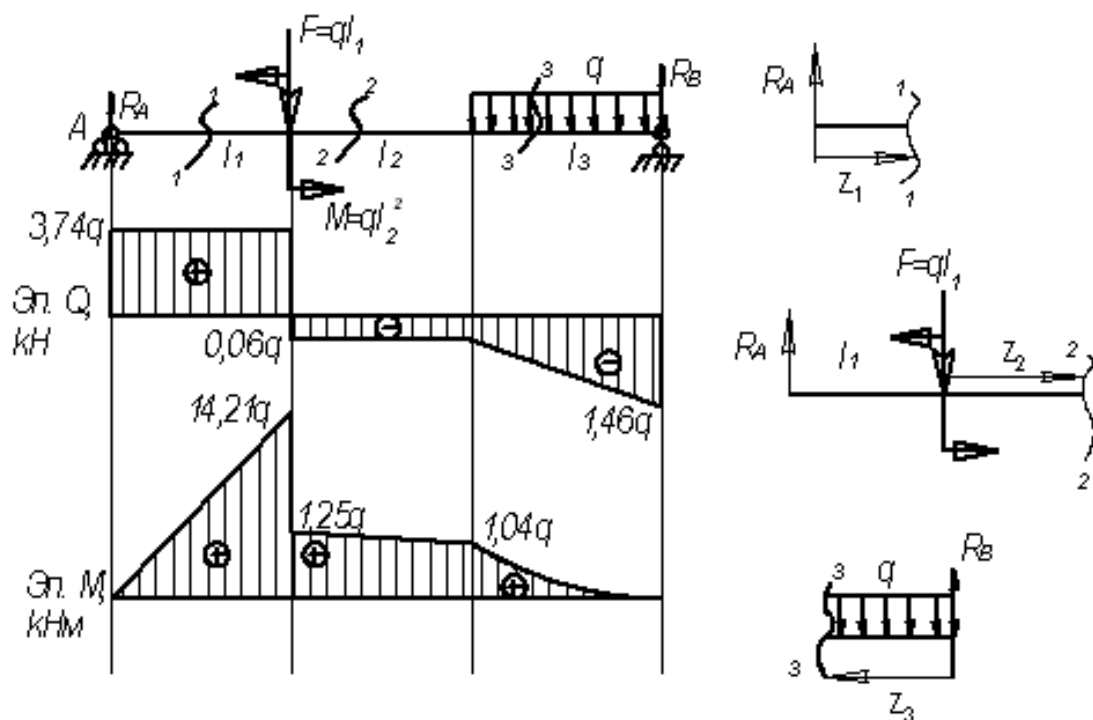
Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m , кН-м	15	17	19	20	21	23	24	25	26	28
F , кН	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105
q , кН/м	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a , м	0,5	0,6	0,8	0,9	1	1	1,1	0,9	0,6	0,8
b , м	1,5	1,6	1,8	1,9	2	1	2,3	2,1	2,5	2,3
c , м	1,5	1,7	1,9	2	2,1	1,8	2,7	2,5	2,6	2,4



Примеры расчета балки работающей на изгиб

Пример 1. Для заданной балки построить эпюры от силы Q и от момента M .

Дано: $l_1=3,8$ м; $l_2=3,6$ м; $l_3=1,4$ м, $F=3,8q$; $M=12,96q$



Решение.

Находим реакции опор

$$\sum M_A = 0 \quad -M + F \cdot \ell_1 + q\ell_3 \left(\frac{\ell_3}{2} + \ell_1 + \ell_2 \right) - R_B(\ell_1 + \ell_2 + \ell_3) = 0$$

$$R_B = \frac{-M + F \cdot \ell_1 + q\ell_3 \left(\frac{\ell_3}{2} + \ell_1 + \ell_2 \right)}{(\ell_1 + \ell_2 + \ell_3)} = \frac{-12,96q + 3,8q \cdot 3,8 + 1,4q(0,7 + 3,8 + 3,6)}{3,8 + 3,6 + 1,4} = 1,46q$$

$$\sum M_B = 0 \quad M + F \cdot (\ell_3 + \ell_2) + q\ell_3 \frac{\ell_3}{2} - R_A(\ell_1 + \ell_2 + \ell_3) = 0$$

$$R_A = \frac{M + F \cdot (\ell_3 + \ell_2) + q\ell_3 \frac{\ell_3}{2}}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3} = \frac{12,96q + 3,8q(1,4 + 3,6) + \frac{q \cdot 1,4^2}{2}}{3,8 + 3,6 + 1,4} = 3,74q$$

Проверка

$$\sum Y = 0$$

$$R_A - F - 1,4q + R_B = 0$$

$$3,74q - 3,8q - 1,4q + 1,46q = 0$$

$$0 = 0$$

Реакции опор найдены правильно.

Рассмотрим сечение 1-1:

$$0 \leq z_1 \leq 3,8 \text{ м}$$

$$Q(z_1) = R_A = 3,74q$$

$$M(z_1) = R_A \cdot z_1 = 3,74qz_1$$

$$M(z_1 = 0) = 0$$

$$M(z_1 = 3,8) = 3,74q \cdot 3,8 = 14,21q$$

Рассмотрим сечение 2-2:

$$0 \leq z_2 \leq 3,6 \text{ м}$$

$$Q(z_2) = 3,74q - 3,8q = -0,06q$$

$$M(z_2) = 3,74q(3,8 + z_2) - 3,8q \cdot z_2 - M = 1,25q - 0,06q \cdot z_2$$

$$M(z_2 = 0) = 1,25q$$

$$M(z_2 = 3,6) = 1,25q - 0,06q \cdot 3,6 = 1,04q$$

Рассмотрим сечение 3-3:

$$0 \leq z_3 \leq 1,4 \text{ м}$$

$$Q(z_3) = -1,46q + qz_3$$

$$Q(z_3 = 0) = -1,46q$$

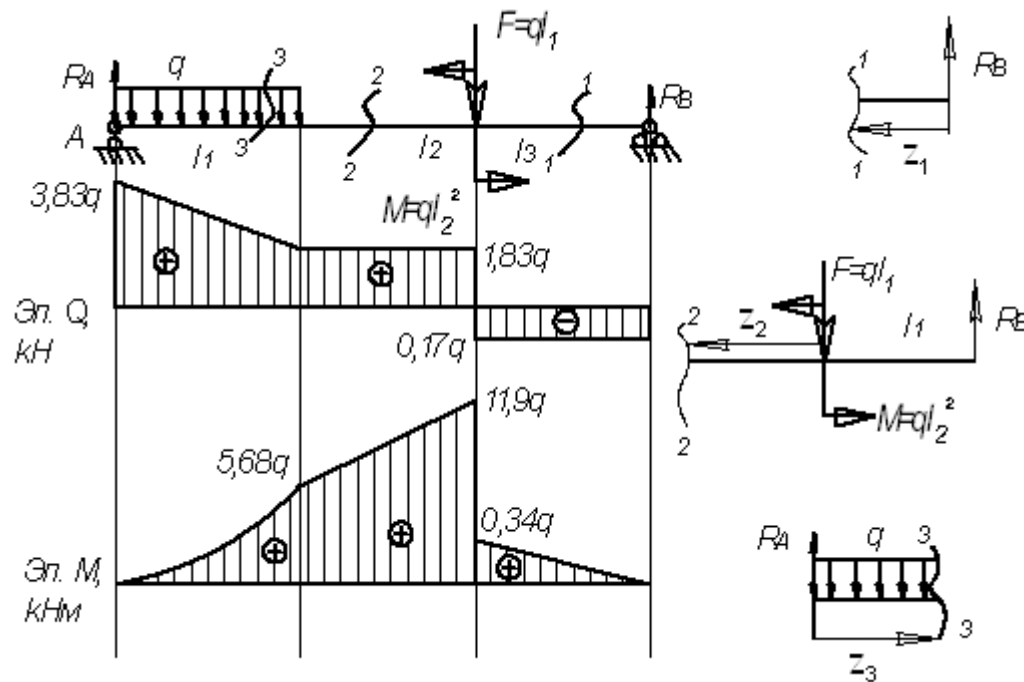
$$Q(z_3 = 1,4) = -1,46q + 1,4q = -0,06q$$

$$M(z_3) = 1,46q \cdot z_3 - \frac{q \cdot (z_3)^2}{2}$$

$$M(z_3 = 0) = 0$$

$$M(z_3 = 1,4) = 1,46q \cdot 1,4 - \frac{1,4^2}{2}q = 1,04q$$

Пример 2. Для заданной балки построить эпюры от силы Q и от момента M
 Дано: $l_1=2$ м; $l_2=3,4$ м; $l_3=2$ м, $F=2q$; $M=11,56q$



Решение.

Находим реакции опор

$$\sum M_B = 0 \quad M + F \cdot l_3 + q l_1 \left(\frac{l_1}{2} + l_2 + l_3 \right) - R_A (l_1 + l_2 + l_3) = 0$$

$$R_A = \frac{M + F \cdot l_3 + q l_1 \left(\frac{l_1}{2} + l_2 + l_3 \right)}{(l_1 + l_2 + l_3)} = \frac{11,56q + 2q \cdot 2 + 2q(1 + 3,4 + 2)}{2 + 3,4 + 2} = 3,83q$$

$$\sum M_A = 0 \quad -M + F \cdot (l_1 + l_2) + q l_1 \frac{l_1}{2} - R_B (l_1 + l_2 + l_3) = 0$$

$$R_B = \frac{-M + F \cdot (l_1 + l_2) + q l_1 \frac{l_1}{2}}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{-11,56q + 2q(2 + 3,4) + \frac{q \cdot 2^2}{2}}{2 + 3,4 + 2} = 0,17q$$

Проверка

$$\sum Y = 0$$

$$R_A - F - 2q + R_B = 0$$

$$3,83q - 2q - 2q + 0,17q = 0$$

$$0 = 0$$

Реакции опор найдены правильно.

Рассмотрим сечение 1-1:

$$0 \leq z_1 \leq 2 \text{ м}$$

$$Q(z_1) = -R_B = -0,17q$$

$$M(z_1) = R_B \cdot z_1 = 0,17q z_1$$

$$M(z_1 = 0) = 0$$

$$M(z_1 = 2 \text{ м}) = 0,17q \cdot 2 = 0,34q$$

Рассмотрим сечение 2-2:

$$0 \leq z_2 \leq 3,4 \text{ м}$$

$$Q(z_2) = -R_B + F = -0,17q + 2q = 1,83q$$

$$M(z_2) = 0,17q(2 + z_2) - 2q \cdot z_2 + M = 11,9q - 1,83q \cdot z_2$$

$$M(z_2 = 0) = 11,9q$$

$$M(z_2 = 3,4) = 11,9q - 1,83q \cdot 3,4 = 5,68q$$

Рассмотрим сечение 3-3:

$$0 \leq z_3 \leq 2 \text{ м}$$

$$Q(z_3) = 3,83q - qz_3$$

$$Q(z_3 = 0) = 3,83q$$

$$Q(z_3 = 2) = 3,83q - 2q = 1,83q$$

$$M(z_3) = 3,83q \cdot z_3 - \frac{q \cdot (z_3)^2}{2}$$

$$M(z_3 = 0) = 0$$

$$M(z_3 = 2 \text{ м}) = 3,83q \cdot 2 - \frac{2^2}{2}q = 5,68q$$

Пример 3. Дано: $l=2,4 \text{ м}$; $F=12 \text{ кН}$; $q=10 \text{ кН/м}$; $M=6 \text{ кНм}$.

Решение:

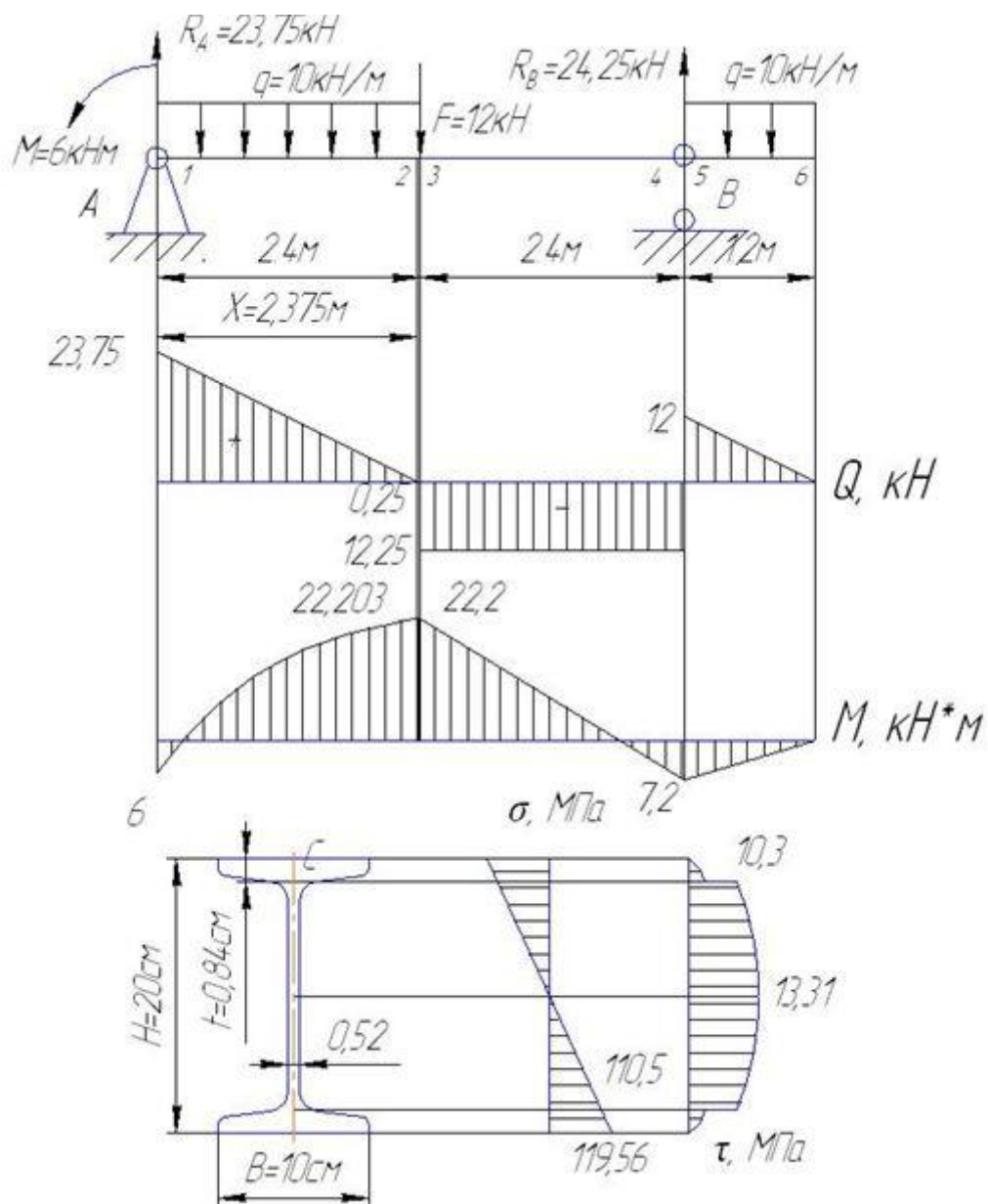


Схема нагружения балки представлена на рисунке. Определим опорные реакции, записывая уравнения моментов всех сил, приложенных к балке, относительно точек А и В.

$$\sum M_A = 0 \quad q \cdot 2,4 \cdot 1,2 + q \cdot 1,2 \cdot 5,4 + F \cdot 2,4 - M - R_B \cdot 4,8 = 0$$

$$R_B = \frac{q \cdot 2,4 \cdot 1,2 + q \cdot 1,2 \cdot 5,4 + F \cdot 2,4 - M}{4,8} = 24,25 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0 \quad q \cdot 2,4 \cdot 3,6 - q \cdot 1,2 \cdot 0,6 + F \cdot 2,4 + M - R_A \cdot 4,8 = 0$$

$$R_A = \frac{q \cdot 2,4 \cdot 3,6 - q \cdot 1,2 \cdot 0,6 + F \cdot 2,4 + M}{4,8} = 23,75 \text{ кН}$$

Проверка: $\sum P_x = 0 \quad R_A - F + R_B - q \cdot 2,4 - q \cdot 1,2 = 0$

Положительные знаки опорных реакций свидетельствуют о том, что предполагаемое направление соответствует истинному. Возьмем на балке характерные сечения и вычислим в них величины Q и M.

Определение значений поперечной силы в характерных сечениях.

$$Q_{1-1} = R_A = 23,75 \text{ кН}$$

$$Q_{2-2} = R_A - q \cdot 2,4 = -0,25 \text{ кН}$$

$$Q_{3-3} = Q_{4-4} = R_A - q \cdot 2,4 - F = -12,25 \text{ кН}$$

$$Q_{5-5} = q \cdot 1,2 = 12 \text{ кН}$$

$$Q_{6-6} = 0$$

$$X = \frac{2,4 \cdot 23,75}{24} = 2,375 \text{ м}$$

По найденным значениям поперечных сил построена эпюра Q

Определение величин изгибающих моментов в характерных сечениях.

$$M_{1-1} = -M = -6 \text{ кНм}$$

$$M_{2-2} = M_{3-3} = -M + R_A \cdot 2,4 - q \cdot 2,4 \cdot 1,2 = 22,2 \text{ кНм}$$

$$M_{4-4} = M_{5-5} = -q \cdot 1,2 \cdot 0,6 = -7,2 \text{ кНм}$$

$$M_{6-6} = 0$$

По найденным значениям моментов строим эпюру изгибающих моментов M.

Из эпюры изгибающих моментов находим опасное сечение $M_{\max} = 22,203 \text{ кНм}$

Из условия прочности $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_y}{n} = \frac{240}{1,6} = 150 \text{ МПа}$$

Найдем необходимый момент сопротивления сечения

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{22,203 \cdot 10^{-3}}{150} 10^6 = 148,02 \text{ см}^3$$

По сортаменту (ГОСТ 8239-72) принимаем двутавр № 20 с $W_x = 184 \text{ см}^3$

$$S_x^1 = 104 \text{ см}^3; I_x = 1840 \text{ см}^4; [r] = 0,6 [\sigma] = 90 \text{ МПа}$$

Опасное сечение в точке, где $M=22,2 \text{ кНм}$, $Q=12,25 \text{ кН}$.

Определим максимальные, нормальные напряжения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{22 \cdot 10^{-3}}{184 \cdot 10^{-6}} = 119,56 \text{ МПа} < [\sigma] = 150 \text{ МПа}$$

Контрольные вопросы.

1. Какой изгиб называют прямым?
2. Какие силовые факторы возникают в сечении балки при чистом изгибе?
3. Какие силовые факторы возникают в сечении балки при поперечном изгибе?
4. В чем заключается правило контроля эпюр?
5. Как определить положение экстремального значения изгибающего момента при действии распределенной нагрузки на участке балки?
6. В чем заключается условие прочности при изгибе?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 16.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО РАСЧЕТУ ВАЛА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО КОСОУЗУ- БОВО РЕДУКТОРА НА СОВМЕСТНУЮ ДЕФОРМАЦИЮ ИЗГИБА И КРУ- ЧЕНИЯ

Цель занятия: **Определить диаметр вала, используя гипотезы прочности**

Последовательность решения задачи:

- 1) используя принцип независимости действия сил, составить расчетные схемы вала в вертикальной и горизонтальной плоскостях;
- 2) определяем реакции подшипников в горизонтальной и вертикальной плоскостях;
- 3) вал разделить на участки, границами которых являются сечения, в которых приложены: сосредоточенные силы, сосредоточенные моменты. Такие сечения называются *характерными*;
- 4) применяя метод сечений, вычислить значения изгибающих моментов в характерных сечениях в горизонтальной и вертикальной плоскостях, построить эпюры изгибающих моментов в плоскостях по отдельности;
- 5) применяя метод сечений, определяем действующий на валу крутящий момент, строим его эпюру;
- 6) для характерных точек определяем эквивалентные моменты, используя гипотезы прочности;
- 7) из условия прочности определить моменты сопротивлений сечений вала;
- 8) определяем диаметры ступеней вала.

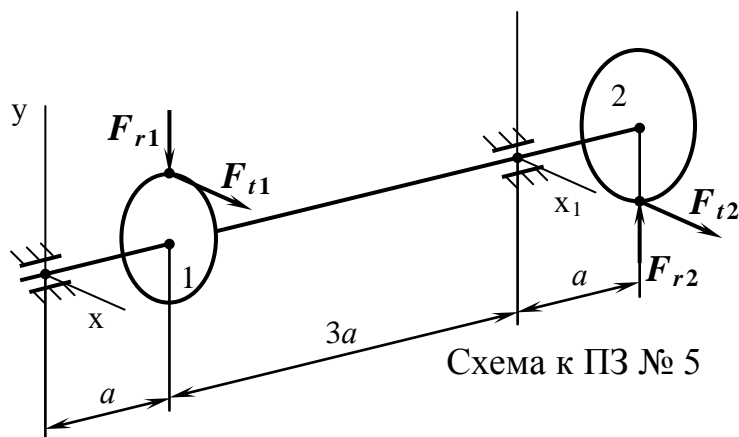
Контрольные вопросы для студентов:

- 1) Чем характеризуется и как изображается напряженное состояние в точке?
- 2) Какие напряжения называются главными?
- 3) Перечислите виды напряженных состояний.
- 4) Чем характеризуется деформированное состояние в точке?
- 5) Что такое эквивалентное напряжение?
- 6) Поясните назначение гипотез прочности.
- 7) Какое напряженное состояние возникает в поперечном сечении вала при совместном действии изгиба и кручения?
- 8) Напишите условие прочности для расчета вала.
- 9) Напишите формулы для расчета эквивалентного момента при расчете по гипотезе максимальных касательных напряжений и гипотезе энергии формоизменения.
- 10) Как выбирается опасное сечение при расчете вала?

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ № 5

ЗАДАЧА. Для трансмиссионного вала (рис.), передающего мощность P при угловой скорости ω , необходимо: I) Определить вертикальную и горизонтальную составляющие реакций подшипников; II) Построить эпюры крутящего и изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях; определить диаметры вала по сечениям, приняв $[\sigma]=60$ МПа и $F_r=0,364F_t$. Расчет произвести, используя гипотезы прочности. На валу установлены два колеса, диаметры колес соответственно D_1 ; D_2 .

Данные своего варианта взять из табл.



Таблица

ω рад/с		60	30	20	15	12	D_1	D_2	P
a	мм	60	70	80	90	100			
№ варианта и задачи		01	02	03	04	05	60	250	3,0
		06	07	08	09	10	70	240	4,0
		11	12	13	14	15	80	230	5,5
		16	17	18	19	20	90	220	7,5
		21	22	23	24	25	100	210	11,5
		26	27	28	29	30	110	200	15,0
		31	32	33	34	35	120	190	18,5

Примечание. Расчет на прочность произвести:

для четных вариантов – по гипотезе III; для нечетных – по гипотезе V.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА. Для трансмиссионного вала, передающего мощность P при угловой скорости ω , необходимо: I) Определить вертикальную и горизонтальную составляющие реакций подшипников; II) Построить эпюры крутящего и изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях; определить диаметры вала по сечениям, приняв $[\sigma]=60$ МПа и $F_r=0,364F_t$. Расчет провести по гипотезе III.

ДАНО: $P=4,2$ кВт; $\omega=70$ рад/с; $a=0,1$ м; $D_1=0,1$ м; $D_2=0,06$ м. **НАЙТИ:** d

РЕШЕНИЕ I:

1. Определяем силы, действующие на колеса вала:

$$F_{ti} = \frac{2P}{\omega D_i}; \quad F_{t1} = \frac{2P}{\omega D_1} = \frac{2 \cdot 4,2}{70 \cdot 0,1} = 1,2 \text{ кН}; \quad F_{t2} = \frac{2P}{\omega D_2} = \frac{2 \cdot 4,2}{70 \cdot 0,06} = 2,0 \text{ кН};$$

$$F_{r1} = 0,364 F_{t1} = 0,364 \cdot 1,2 = 0,44 \text{ кН}; \quad F_{r2} = 0,364 F_{t2} = 0,364 \cdot 2,0 = 0,73 \text{ кН}.$$

2. Используя принцип независимости действия сил, составляем расчетные схемы вала в вертикальной и горизонтальной плоскостях (рис.; а, б).

3. Определяем реакции подшипников:

$$\begin{aligned}\sum M_y &= F_{t1} \cdot a - R_{Bx} \cdot 4a + F_{t2} \cdot 5a = 0; \\ R_{Bx} &= \frac{F_{t1} \cdot a + F_{t2} \cdot 5a}{4a} = \frac{1,2 \cdot 0,1 + 2,0 \cdot 0,5}{0,4} = 2,8 \text{ кН}; \\ \sum M_{y1} &= -F_{t1} \cdot 3a + R_{Ax} \cdot 4a + F_{t2} \cdot a = 0; \\ R_{Ax} &= \frac{F_{t1} \cdot 3a - F_{t2} \cdot a}{4a} = \frac{1,2 \cdot 0,3 - 2,0 \cdot 0,1}{0,4} = 0,4 \text{ кН}; \\ \sum M_x &= F_{r1} \cdot a - R_{By} \cdot 4a - F_{r2} \cdot 5a = 0; \\ R_{By} &= \frac{F_{r1} \cdot a - F_{r2} \cdot 5a}{4a} = \frac{0,44 \cdot 0,1 - 0,73 \cdot 0,5}{0,4} = -0,8 \text{ кН}; \\ \sum M_{x1} &= -F_{r1} \cdot 3a + R_{Ay} \cdot 4a - F_{r2} \cdot a = 0; \\ R_{Ay} &= \frac{F_{r1} \cdot 3a + F_{r2} \cdot a}{4a} = \frac{0,44 \cdot 0,3 + 0,73 \cdot 0,1}{0,4} = 0,5 \text{ кН}.\end{aligned}$$

РЕШЕНИЕ II:

1. Определяем изгибающие моменты в опасных точках: $M_{xD}=0$; $M_{yD}=0$;

Пл. Н: $M_{yC} = R_{Ax} \cdot a = 0,4 \cdot 0,1 = 0,04 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $M_{yB} = -F_{t2} \cdot a = -2,0 \cdot 0,1 = -0,2 \text{ кН} \cdot \text{м}$;

Пл. V: $M_{xC} = R_{Ay} \cdot a = 0,5 \cdot 0,1 = 0,05 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $M_{xB} = F_{r2} \cdot a = 0,73 \cdot 0,1 = 0,073 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

2. Определяем крутящий момент на валу (рис., в):

$$M_{кр} = M_{вр} = M_1 = |M_2| = F_{t1} \cdot D_1 / 2 = |F_{t2} \cdot D_2 / 2| = 1,2 \cdot 0,1 / 2 = 0,06 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3. Определяем эквивалентные моменты в опасных точках по гипотезе III:

$$M_{эквC} = \sqrt{M_{xC}^2 + M_{yC}^2 + M_{кр}^2} = \sqrt{0,05^2 + 0,04^2 + 0,06^2} = 0,09 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{эквB} = \sqrt{M_{xB}^2 + M_{yB}^2 + M_{кр}^2} = \sqrt{0,073^2 + 0,2^2 + 0,06^2} = 0,22 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{эквD} = \sqrt{M_{xD}^2 + M_{yD}^2 + M_{кр}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2 + 0,06^2} = 0,06 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

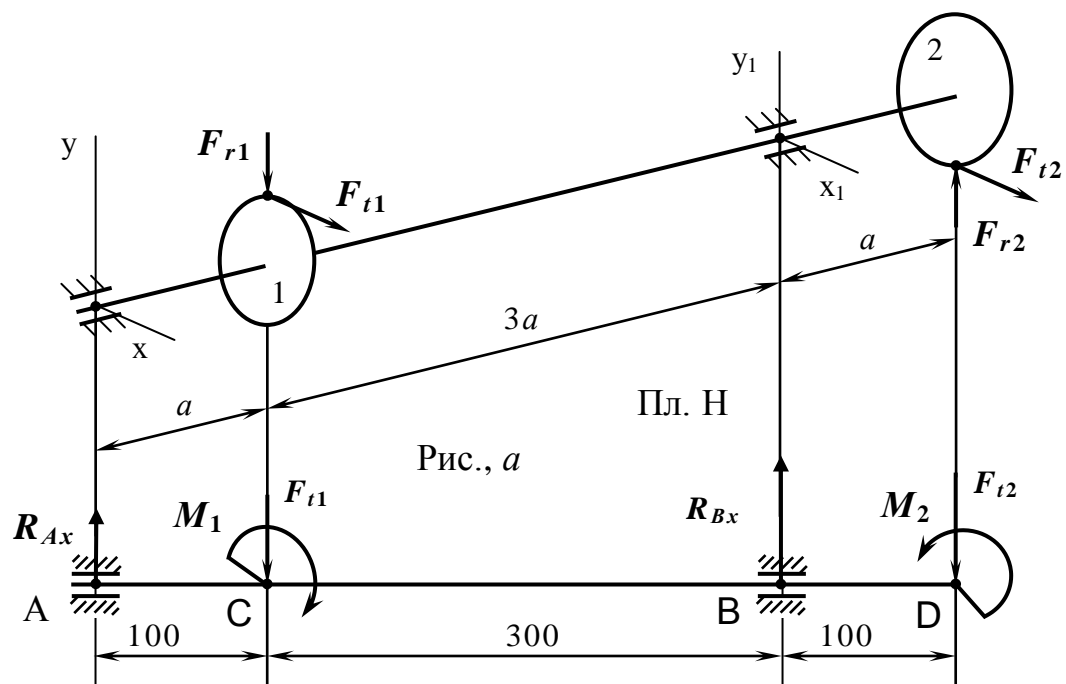
4. Определяем диаметры вала по сечениям:

$$W_{ocC} = \frac{M_{эквC}}{[\sigma]} = \frac{0,09 \cdot 10^6}{60} = 1500 \text{ мм}^3; \quad d_C = \sqrt[3]{\frac{32W_{ocC}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1500}{3,14}} = 24,8 \text{ мм};$$

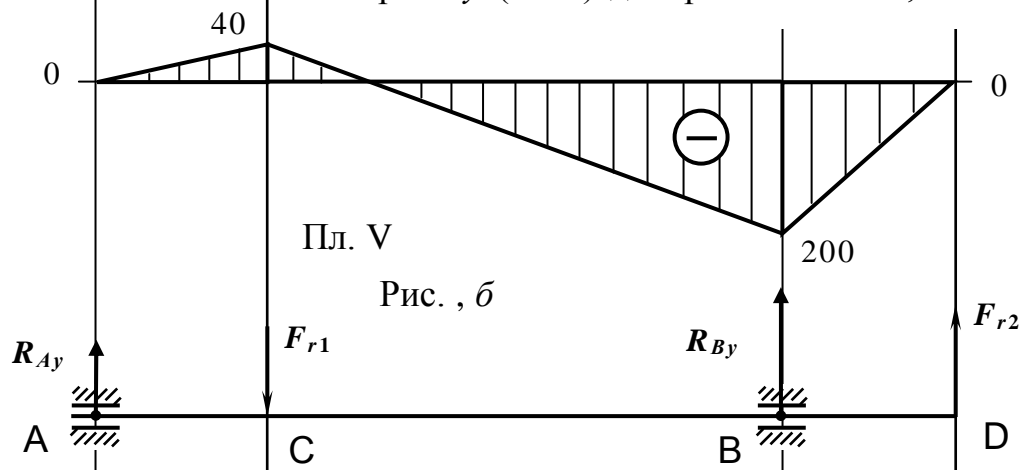
$$W_{ocB} = \frac{M_{эквB}}{[\sigma]} = \frac{0,22 \cdot 10^6}{60} = 3667 \text{ мм}^3; \quad d_B = \sqrt[3]{\frac{32W_{ocB}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3667}{3,14}} = 33,4 \text{ мм};$$

$$W_{ocD} = \frac{M_{эквD}}{[\sigma]} = \frac{0,06 \cdot 10^6}{60} = 1000 \text{ мм}^3; \quad d_D = \sqrt[3]{\frac{32W_{ocD}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1000}{3,14}} = 21,7 \text{ мм};$$

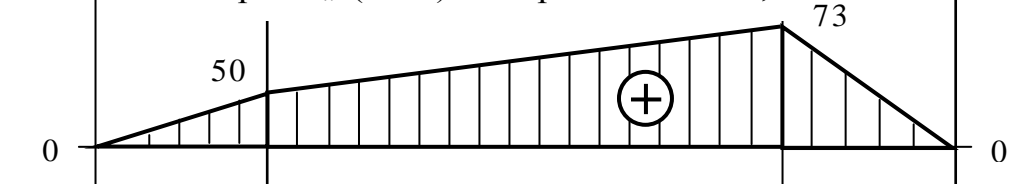
ОТВЕТ: Принимаем $d_C=25 \text{ мм}$; $d_B=35 \text{ мм}$; $d_D=22 \text{ мм}$.



Эпюра M_y (Н·м) для рис. ПЗ № 5, а



Эпюра M_x (Н·м) для рис. ПЗ № 5, б



Эпюра $M_{кр}$ (Н·м) для вала рис., в

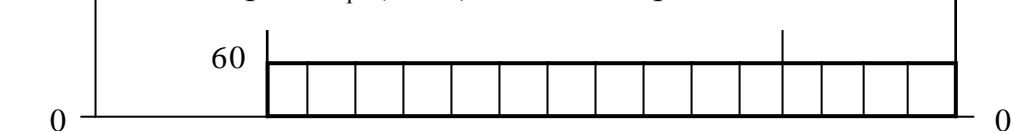


Рис.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 17.
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ ДЛЯ
СЖАТОГО БРУСА БОЛЬШОЙ ГИБКОСТИ

Цель работы:

Изучение процесса потери устойчивости при осевом сжатии стержней и опытное определение критической силы.

Поскольку величина критической силы зависит не только от размеров стержня, но и от условий закрепления его на опорах, проводится серия опытов при различных условиях закрепления концов испытываемых стержней.

Содержание работы:

Центрально сжатый стержень может пребывать в двух состояниях – устойчивом и не устойчивом. При малой сжимающей силе, меньше некоторого критического значения $P < P_{кр}$ сжатый стержень нечувствителен к малым возмущениям. Незначительные дополнительные воздействия мало отклоняют стержень от его прямоугольного состояния, что отвечает устойчивому положению сжатого стержня. При $P > P_{кр}$ прямоугольная форма сжатого стержня неустойчива. Сколь угодно малые случайные воздействия вызовут большие отклонения – неустойчивая форма равновесия. При этом стержень искривляется. Такое состояние называется **продольным изгибом**.

Появление продольного изгиба опасно тем, что при нем происходит очень сильное нарастание прогибов при малом нарастании сжимающей силы. Прогибы и нагрузка связаны между собой нелинейной зависимостью. Быстрое нарастание прогибов вызывает быстрое нарастание напряжений от изгиба, что ведет к разрушению стержня. Для тонких (гибких) стержней потеря устойчивости часто наступает при сравнительно небольших сжимающих напряжениях. Количественной мерой, определяющей переход центрального стержня из состояния устойчивого в неустойчивое, оказывается величина сжимающей силы. Пограничное между двумя состояниями значение силы называется критической силой и обозначается $P_{кр}$. Теоретическая формула для определения критической силы, формула Эйлера, имеет вид:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot l)^2}, \quad (1)$$

где μ – коэффициент, зависящий от способа закрепления концов стержня (рис. 1);

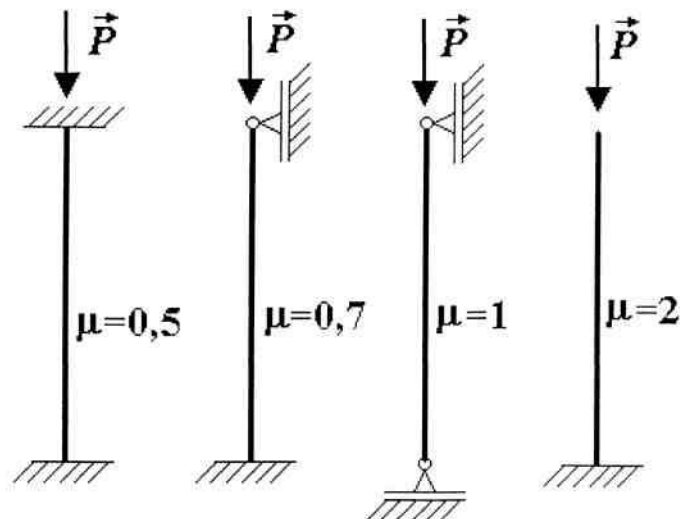


Рис. 1. Варианты закрепления концов стержня.

J_{min} – минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня;

λ — безразмерная величина, называемая гибкостью стержня

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}}, \quad (2)$$

здесь i_{min} - минимальный радиус инерции сечения стержня

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{F}},$$

где F —площадь поперечного сечения).

Соответствующие нормальные напряжения называются критическими

$$\sigma = \frac{P_{кр}}{F} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{(\mu \cdot l)^2 \cdot F} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}. \quad (3)$$

Формулами (1) и (3) можно пользоваться только при таких нагрузках, пока напряжения не превышают предела пропорциональности материала $\sigma_{нц}$. Например, для стали марки **Ст.3** $\sigma_{нц} = 200$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Это определяет рамки применимости теории Эйлера:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \leq \sigma_{нц} \rightarrow \lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{нц}}} \approx \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^2}}.$$

Таким образом, для данной марки стали, формула Эйлера оказывается пригодной только при гибкостях, превышающих $\lambda_* \approx 100$.

При меньших значениях гибкости формула (3) неприменима, так как потеря устойчивости происходит при напряжениях, превосходящих предел пропорциональности. В этих случаях применяются эмпирические формулы и соответствующие им таблицы или графики. Формула Ясинского для критического напряжения при $\lambda < \lambda_*$ имеет вид

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F} = a - b\lambda. \quad (4)$$

Здесь a и b - постоянные, зависящие от свойств материала. В частности, для той же марки Ст.3 можно положить: $a = 310 \text{ МПа}$, $b = 1.1 \text{ МПа}$.

На основании формулы (4) при малых значениях λ можно выйти на критические напряжения, превышающие предел текучести σ_T материала или предел прочности при сжатии $\sigma_B^{сж}$. Но это такие напряжения, превышение которых означает выход из строя сжимаемого элемента не из-за потери устойчивости, а просто по причине пластического течения или разрушения материала. К примеру, при $\lambda = 20$ формула (3) дает $\sigma_{кр} = 228 \text{ МПа}$, что выше предела текучести материала.

На рис. 2 показан полный график зависимости критических напряжений от гибкости. Пунктиром обозначена кривая Эйлера, построенная по уравнению (1) при $\lambda < \lambda_*$. То есть, реальные значения критической силы при этих значениях гибкости существенно ниже тех, что дает формула Эйлера, т.е. ошибка при использовании последней не пойдет в запас прочности).

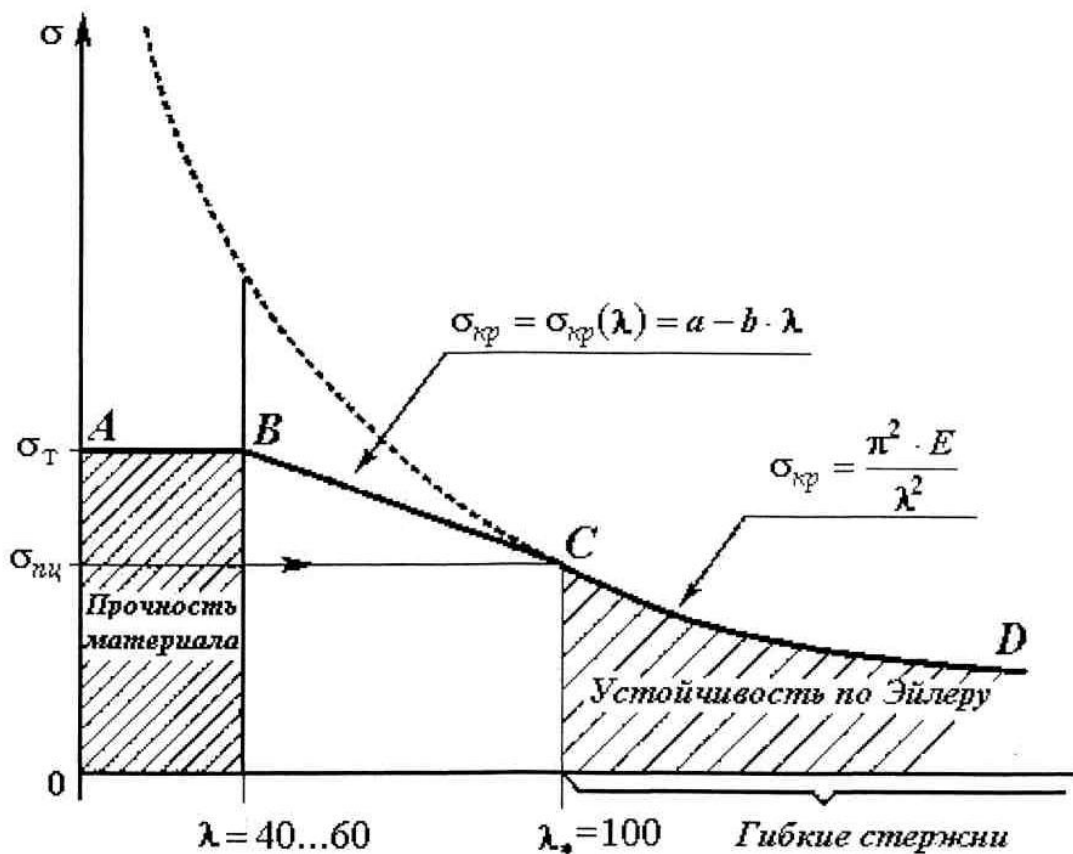


Рис. 2. График зависимости критических напряжений от гибкости.

Оборудование и материалы:

1. Установка для демонстрации продольно-поперечного изгиба стержня большой гибкости ТМт 15 (рис. 3);
2. Грузы в 1, 3, 5 кг.

Установка ТМт 15 выполнена в настольном исполнении и состоит из основания 1 с регулируемыми опорами 2 и цилиндрической стойкой 3. На стойке с помощью шарниров опорных узлов 4 установлен испытуемый стержень 5, который можно дополнительно фиксировать в опорах винтами и таким образом изменять условия закрепления, т.е. переходить от шарнирного закрепления к заделке. Это позволяет установить на опыте влияние способов закрепления концов на величину критической силы. Нагружение испытываемого стержня осуществляется через рычаг 6 и подвес 7 с гирями. Для плавного нагружения на рычаге установлен подвижный груз 8, и имеется шкала с ценой деления 10 Н . Установка имеет регулировочную гайку 9 для выставления нагружающего рычага 6 в горизонтальное положение. Упор 10 предназначен для предохранения испытываемого стержня от нагрузок, превышающих предел текучести материала стержня. С помощью противовесов 11 производится уравнивание рычажной нагружающей системы.

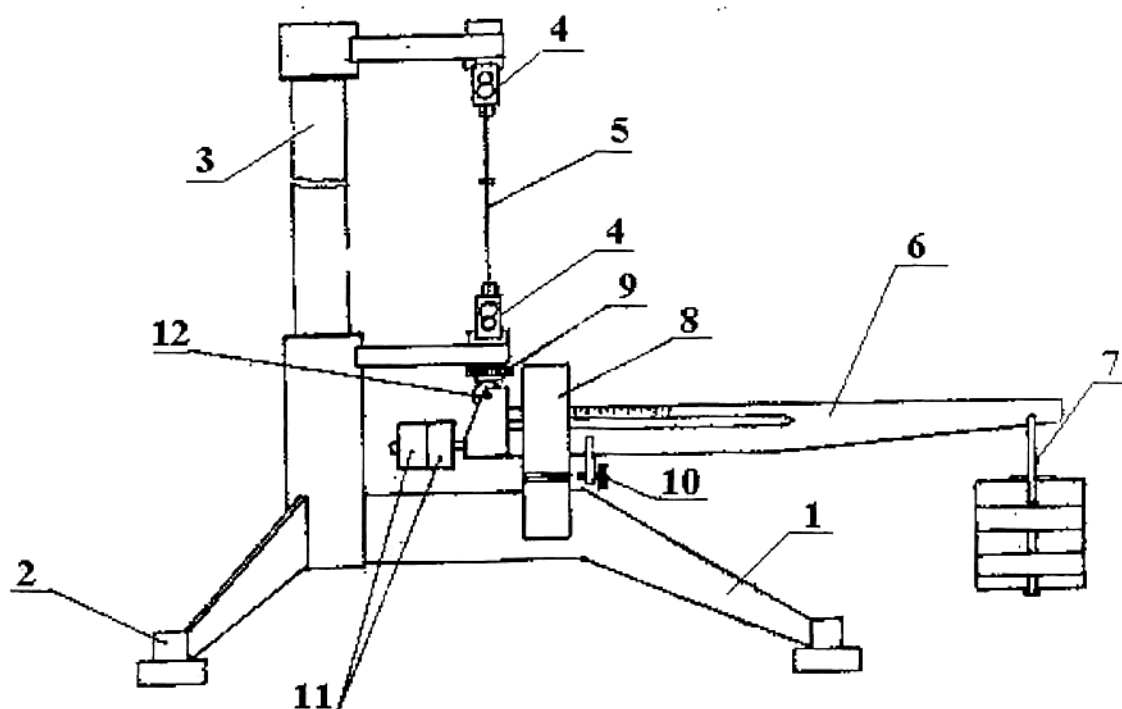


Рис. 3. Установка ТМт-15.

Меры безопасности:

К работе с указанной установкой допускаются лица, ознакомленные с её устройством, принципом действия и порядком проведения работы.

Подготовка установки к работе:

1. Поместить установку на ровной горизонтальной поверхности стола и привести ее в строго вертикальное положение с помощью регулировочных опор.
2. Не нагружая установки гирями и подвижным грузом вращением гайки 9 и противовесов 11 обеспечить горизонтальное расположение рычага 6, при этом ролик 12 должен касаться гайки 9.
3. Вращением упора 10 выставить зазор между упором и станиной $1,5\text{ мм}$.
4. Установить груз подвижный 8 в нулевое положение на рычаге 6. Этой операцией подготовка установки к работе заканчивается.

Задание:

Определить значение критической силы (веса груза) при испытании стержня с шарнирно опертыми концами; одним шарнирным и другим защемленным концами; с двумя защемленными концами.

Порядок выполнения работы:

Испытания на устойчивость для определения критической силы проводятся для трех случаев закрепления (рис. 1):

1) стержень с шарнирно опертыми концами, 2) стержень с одним шарнирным и другим защемленным концами, 3) стержень с двумя защемленными концами.

Опыт 1. *Испытание на устойчивость стержня с шарнирно опертыми концами.*

Отпустить винты обеих опор, что соответствует шарнирному закреплению стержня. Установить на подвес гирию в 1 кг и медленно перемещать подвижный груз 8 из нулевого положения. При этом необходимо следить за состоянием стержня 5. Момент начала выпучивания стержня и есть начало потери устойчивости стержня (критическое состояние). Величина нагрузки, замеченной в этот момент, представляет собой критическую силу, полученную на опыте. Эту силу также можно определить, увеличивая сжатие до тех пор, пока стержень, отклоненный от первоначального положения легким нажатием пальца, перестанет возвращаться в первоначальное положение.

Внимание! *Дальнейшее нагружение не производить, т.к. продолжение увеличения нагрузки даже в незначительной степени приведет к интенсивному росту прогибов вплоть до появления пластических деформаций в стержне и выходу конструкции из строя.*

Учитывая вес положенной гири и положение подвижного груза, найти величину критической силы, достигнутой при испытании и занести ее в таблицу. Вычислить значение критической силы по формуле Эйлера и определить расхождение между теоретическим и экспериментально полученным значением. Объяснить полученное расхождение.

Опыт 2. *Испытание на устойчивость стержня с одним шарнирным и другим защемленным концами.*

Затянув винт одной из опор, получим схему закрепления стержня с шарниром и заделкой. При этом устанавливается на подвес набор гирь в 3 кг, и дальнейшее нагружение идет также за счет подвижного груза.

Повторить действия предыдущего опыта и результаты занести в таблицу.

Опыт 3. *Испытание на устойчивость стержня с двумя защемленными концами.*

Затянув винты обеих опор, получим схему закрепления с двумя заделками. Первоначальное нагружение осуществляется гирями весом в 5 кг.

Повторить действия предыдущего опыта и результаты занести в таблицу.

Выводы

По данным таблицы сделать вывод о справедливости гипотез, положенных в основу вывода формулы Эйлера, и о степени пригодности этой формулы для практических расчетов.

Следует иметь в виду, что при постановке опытов не всегда удается избежать некоторых, казалось бы, маловажных обстоятельств, влияющих на результаты испытаний (трение в шарнирах, наличие начальной кривизны, переменность сечения по длине стержня и связанная с этим внецентренность приложения нагрузки и т.д.). При тщательном проведении опытов расхождение между экспериментальными и теоретическими результатами обычно не превышает 5...10%.

Контрольные вопросы:

1. В чем состоит явление потери устойчивости при сжатии стержня? Какая сила называется критической?
2. Как вычисляется критическая сила при потере устойчивости в области упругих деформаций?
3. Что называется критическим напряжением и как его вычислить?
4. Как вычисляется гибкость стержня? Как влияют на гибкость условиям закрепления концов стержня? Приведите примеры.
5. Укажите границы применимости формулы Эйлера. Чем вызвано это ограничение?
6. Как вычисляется критическое напряжение для стержней малой гибкости?
7. Как производится сравнение теоретических и экспериментальных значений критического напряжения?
8. Укажите возможные причины несовпадения экспериментальных и теоретических данных. Какие меры следует принять для уменьшения расхождения.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 18.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО РАСЧЕТУ ВИНТА НА ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ, ПРОВЕРКА ВИНТА НА ПРОЧНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ

Цель: Научиться определять износостойкость винта –гайки.

Пример 1. Рассчитать основные параметры ручного домкрата (см. рис. 11.7) грузоподъемностью $Q = 50$ кН. Длина винта $l_0 = 500$ мм, его материал — сталь 45, материал гайки — серый чугун СЧ18. Резьба трапецеидальная.

Решение. Расчет винта. Для обеспечения самоторможения принимаем однозаходную резьбу. По условию износостойкости резьбы определяем ее средний диаметр d_2 , приняв $\psi_n = 2,5$; $\psi_h = 0,5$; допускаемое давление в резьбе $[p_u] = 6$ МПа:

$$d_2 = \sqrt{Q/(\pi \psi_n \psi_h [p_u])} = \sqrt{50 \cdot 10^3 / (\pi \cdot 2,5 \cdot 0,5 \cdot 6 \cdot 10^6)} = 0,046 \text{ м} = 46 \text{ мм}.$$

Принимаем стандартную резьбу винта с параметрами: наружный диаметр $d = 50$ мм, внутренний диаметр $d_1 = 41$ мм, средний диаметр $d_2 = 46$ мм, шаг резьбы $p = 8$ мм. Определяем угол φ , приняв коэффициент трения $f = 0,1$ (угол трения $\varphi' = 6^\circ$)

$$\operatorname{tg} \psi = p/(\pi d_2) = 8/(\pi \cdot 46) = 0,0546; \psi \approx 3^\circ.$$

Условие самоторможения соблюдено, так как $\varphi' > \psi$.

Проверка винта на прочность. Принимаем допускаемое напряжение на растяжение $[\sigma_p] = 90$ МПа:

$$\sigma_{\text{экв}} = 4 \cdot 1,3Q/(\pi d_1^2) = 4 \cdot 1,3 \cdot 50 \cdot 10^3 / (\pi \cdot 41^2 \cdot 10^{-6}) = 48,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 48,6 \text{ МПа} < [\sigma_p] = 90 \text{ МПа}.$$

Прочность винта обеспечена.

Проверка винта на устойчивость. Расчетная длина винта l (при высоте гайки $H_r = \psi_H d_2 = 2,5 \cdot 46 = 115$ мм) равна

$$l = l_0 - H_r / 2 = 500 - 115 / 2 \approx 443 \text{ мм.}$$

Тогда гибкость винта (при $\mu = 2$; $i = d_1 / 4 = 41 / 4 = 10,25$ мм) будет равна $\lambda = \mu l / i = 2 \cdot 443 / 10,25 \approx 85$.

По таблице, известной из сопротивления материалов, в зависимости от материала и гибкости находим коэффициент продольного изгиба $\varphi = 0,6$. Тогда, приняв $[\sigma_{сж}] = \sigma_T / [s] = 360 / 3 = 120$ МПа, будем иметь

$$\sigma_{сж} = 4 Q / (\pi d_1^2) = 4 \cdot 50 \cdot 10^3 / (\pi \cdot 41^2 \cdot 10^{-6}) = 37,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 37,4 \text{ МПа} < \varphi [\sigma_{сж}] = 0,6 \cdot 120 = 72 \text{ МПа.}$$

Устойчивость винта обеспечена.

Расчет гайки. Высота гайки определена ранее. Определим ее наружный диаметр D , приняв $[\sigma_p] = 45$ МПа, тогда:

$$D = \sqrt{4 \cdot 1,3 Q / (\pi [\sigma_p]) + d^2} =$$

$$\sqrt{4 \cdot 1,3 \cdot 50 \cdot 10^3 / (\pi \cdot 45 \cdot 10^6 + 50^2 \cdot 10^{-6})} = 0,066 \text{ м} = 66 \text{ мм.}$$

Принимаем $D = 70$ мм.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 19. **РАСЧЕТ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ.**

Цель: закрепление теоретических знаний по теме «Механические передачи» и приобретение практических умений в проведении проектировочных и проверочных расчетов зубчатых передач.

Задание. Рассчитать одноступенчатый цилиндрический редуктор по данным, приведенным в таблиц

Вариант	Передаваемая мощность P_1 , кВт	Частота вращения ведущего вала, n_1 , об/мин	Передаточное число i	Тип передачи	Материал шестерни	Материал колеса
1	4,5	780	4	прямозубая	Сталь 45	Сталь 35
2	14	960	4	прямозубая	Сталь 40Х	Сталь 45
3	20	960	5	косозубая	Сталь 50Г	Сталь 45
4	25	1440	4,5	косозубая	Сталь 40ХН	Сталь 40Х
5	35	960	5	прямозубая	Сталь 40ХН	Сталь 50
6	40	1140	4	прямозубая	Сталь 40ХН	Сталь 35Х
7	45	960	5	прямозубая	Сталь 40ХН	Сталь 35Х
8	50	960	4	косозубая	Сталь 40ХН	Сталь 40Х
9	10	730	2	косозубая	Сталь 55	Сталь 45
10	20	960	3	косозубая	Сталь 50Г	Сталь 40

11	30	1440	5	шевронная	Сталь 40Х	Сталь 45
12	40	960	6	шевронная	Сталь 40Х	Сталь 45
13	50	960	4	шевронная	Сталь 40ХН	Сталь 40Х
14	60	735	5	шевронная	Сталь 40ХН	Сталь 40Х
15	70	960	6	шевронная	Сталь 40Х	Сталь 45
16	80	960	5	шевронная	Сталь 40Х	Сталь 45
17	7	1460	3	прямозубая	Сталь 50	Сталь 35
18	14	960	5	прямозубая	Сталь 50	Сталь 35
19	17	730	4	прямозубая	Сталь 50	Сталь 35
20	20	960	4	косозубая	Сталь 50Г	Сталь 45
21	24	720	6	косозубая	Сталь 50Г	Сталь 45
22	30	940	5	косозубая	Сталь 50Г	Сталь 45
23	40	1460	6	шевронная	Сталь 30ХГС	Сталь 40Х
24	45	960	6,5	шевронная	Сталь 30ХГС	Сталь 40Х
25	50	730	5	шевронная	Сталь 40ХН	Сталь 40Х
26	60	960	4,5	шевронная	Сталь 40ХН	Сталь 40Х
27	7	960	5	косозубая	Сталь 40Х	Сталь 45
28	10	1440	4	косозубая	Сталь 40Х	Сталь 45
29	14	730	6	косозубая	Сталь 40Х	Сталь 45
30	7	1440	6	прямозубая	Сталь 45	Сталь 45

Материал шестерни улучшен, материал колеса нормализован. Срок службы редуктора неограничен. Характер нагрузки – спокойная с незначительными колебаниями. Для косозубых и шевронных передач углом наклона зубьев задаться.

Расчет закрытой цилиндрической прямозубой передачи.

1. Определить передаточное число i .
2. В зависимости от условий работы передачи выбрать материалы колес, назначить термическую обработку и значения твердости рабочих поверхностей зубьев.

Предпочтительные марки сталей для изготовления зубчатых колес

Термическая обработка	Твердость $H_{В}$ (HRC)	d , мм				
		Любой	315	200	125	80
		b , мм				
		Любая	200	125	80	50
Нормализация, улучшение	179-207	45	45	45	45	45
	235-262		35ХМ			
	269-302			40Х	45	45
Поверхностная закалка ТВЧ				35ХМ	40Х	45
	(45-50) (50-56)	—	—	35ХМ 50ХМ	35ХМ 50ХМ	35ХМ 50ХМ
Цементация	(56-63) (56-63)	—	—	20ХН2М 25ХГТ	20ХН2М 25ХГТ	20ХН2М 25ХГТ
Нитроцементация Азотирование	(50-56)			40ХН2МА	40ХН2М А	40ХН2М А

3. Определить базу испытаний $N_{НО}$, расчетную циклическую долговечность N_H , вычислить коэффициенты и допускаемые напряжения изгиба.

4. Выбрать коэффициент длины зуба (ширины венца колеса) и рассчитать ψ_{Σ}

5. Определить межосевое расстояние из условия контактной прочности и округлить его значение до стандартного.

Для стандартных редукторов расчетное значение $a_{\text{ш}}$ округляют до ближайшего большего значения: 40, 50, 63, 80, 100, 125, (140), 160, (180), 200, (225), 250, (280), 315, (335), 400, (450), 500, (560), 630, (710), 800, (900), 1000 и т. д. до 25 000 (в скобках значения по 2-му ряду стандарта для α_{∞}).

6. Задать модуль из соотношения $m = (0,01 \div 0,02)\alpha_{\infty}$ и округлить его значение до ближайшего стандартного. При этом в силовых передачах желательно, чтобы модуль был не менее 1,5—2 мм.

7. Определить суммарное число зубьев z_{Σ} , передачи, числа зубьев шестерни и колеса.

8. Выбрать коэффициенты формы зубьев Y_{Fi} и Y_{F2} для шестерни и колеса.

9. Проверить прочность зубьев по напряжениям изгиба. При неудовлетворительных результатах ($\sigma_F \leq [\sigma]_F$ или $\sigma_F \geq [\sigma]_F$) необходимо путем соответствующего изменения числа зубьев и модуля; при том же межосевом расстоянии добиться уменьшения напряжений изгиба, не нарушая при этом условия контактной прочности.

10. Произвести геометрический расчет передачи.

11. Определить окружную скорость колеса v и назначить соответствующую степень точности зацепления.

Значения окружной скорости колес

Вид передачи	Форма зубьев	Твердость поверхностей зубьев колеса (большого) $HВ$	Окружная скорость v (м/с, не более) при степени точности			
			6	7	8	9
Цилиндрическая	Прямые	До 350	18	12	6	4
		Св. 350	15	10	5	3
	Не прямые	До 350	36	25	12	8
		Св. 350	30	20	9	6
Коническая	Прямые	До 350	10	7	4	3
		Св. 350	9	6	3	2,5

Примечание. Во избежание получения чрезмерно высоких значений коэффициентов нагрузки рекомендуется степень точности назначать на единицу выше, чем указано в таблице.

Расчет открытых передач. Иногда открытые передачи рассчитывают так же, как закрытые. Рекомендуется следующая последовательность расчета.

1. Определить передаточное число u .

2. В зависимости от условий работы передачи выбрать материалы колес, назначить их термическую обработку и значения твердости рабочих поверхностей зубьев.

3. Определить расчетную долговечность, вычислить коэффициенты режима работы и определить допускаемые напряжения изгиба.

4. Задать число зубьев шестерни $z_1 \geq 17$ и по передаточному числу определить число зубьев колеса z_2 .
5. Определить коэффициенты формы зуба Y_F .
6. Выбрать коэффициент длины зуба (ширины венца колеса ψ_{ba}).
7. Из условия прочности на изгиб определить модуль передачи m и округлить его до ближайшего большего стандартного значения.
8. Произвести геометрический расчет передачи.
9. Определить окружную скорость колес и соответствующую ее степень точности зацепления.

Последовательность расчета закрытой цилиндрической косозубой передачи.

1. Определить передаточное число u .
2. В зависимости от условий работы передачи выбрать материалы колес, назначить термическую обработку и твердость рабочих поверхностей зубьев.
3. Определить базовое число циклов N_{Hlim} , расчетную циклическую долговечность, определить допускаемые напряжения изгиба и контактные напряжения.
4. Выбрать коэффициент ψ_{ba} длины зуба (ширины венца колеса).
5. Определить межосевое расстояние из условия контактной прочности.
6. Задать значение нормального модуля из соотношения $m_n = (0,01 \div 0,02) a_w$ и округлить его до ближайшего стандартного значения. При этом для силовых передач желательно иметь модуль не менее 1,5—2 мм.
7. Задать угол наклона зубьев β и определить суммарное число зубьев Z_Σ , передачи, числа зубьев шестерни и колеса z_1 и z_2 .
8. Определить эквивалентные числа зубьев z_{v1} и z_{v2} и коэффициенты формы зуба Y_{Fa1} и Y_{Fa2} .
9. Проверить прочность зубьев по напряжениям изгиба. При неудовлетворительных результатах ($\sigma_F > [\sigma]_F$ или $\sigma_F = [\sigma]_F$) необходимо путем соответствующего изменения числа зубьев и модуля при том же межосевом расстоянии добиться определенного изменения напряжения изгиба, не нарушая условия контактной прочности.
10. Произвести геометрический расчет передачи. Определить окружную скорость колес и назначить соответствующую степень точности, выбрать K_{Fa} .

Расчет открытых передач (часто открытые передачи рассчитывают так же, как закрытые).

1. Определить передаточное число u .
2. В зависимости от условий работы передачи выбрать материалы для колес, назначить их термическую обработку и твердость рабочих поверхностей зубьев.
3. Определить базу испытаний базового числа циклов N_{Hlim} , расчетную циклическую нагрузку, вычислить коэффициенты и определить допускаемые напряжения изгиба.
4. Задать угол наклона зубьев β и число зубьев шестерни z_1 .
5. Определить число зубьев колеса z_2 .
6. Определить числа зубьев эквивалентных колес, шестерни и колеса z_{v1} и z_{v2} по табл.6 коэффициенты формы зуба Y_{Fa1} и Y_{Fa2} .

7. Выбрать ψ_{Σ} — коэффициент длины зуба (ширины венца).
8. Из условия прочности на изгиб определить значение нормального модуля m_n и округлить до ближайшего большего стандартного значения.
9. Произвести геометрический расчет передачи.
10. Определить окружную скорость колес v и назначить соответствующую ей степень точности.

Контрольные вопросы.

1. Каковы основные достоинства и недостатки зубчатых передач по сравнению с другими передачами?
2. По каким признакам классифицируют зубчатые передачи?
3. Чем отличается закрытая передача от открытой?
4. Перечислите достоинства зубчатой передачи по сравнению с фрикционной передачей.
5. Почему в зубчатых передачах сохраняется постоянным передаточное отношение?
6. Что такое эвольвента окружности и какими свойствами, полезными для зубчатых зацеплений, она обладает?
7. Какие окружности называют начальными, какие делительными?
8. Что называется шагом, модулем и углом зацепления?
9. Какие факторы влияют на выбор степени точности зубчатых передач? Какие степени точности передач применяют в общем машиностроении? Какие нормы характеризуют степень точности? Для чего необходим боковой зазор в зубчатой передаче?
10. С какой целью производят смазывание зубчатых передач?
11. Какие основные факторы влияют на КПД зубчатых передач?
12. Каковы области применения прямозубых и косозубых передач?
13. Каковы сравнительные достоинства прямозубых и косозубых колёс?
14. Как определяется передаточное отношение и передаточное число?
15. Каковы главные виды разрушений зубчатых колёс?
16. Какие силы действуют в зубчатом зацеплении?
17. Какие допущения принимаются при расчёте зубьев на контактную прочность?
18. По какой расчётной схеме выполняется расчёт зубьев на изгиб?
19. Где применяются прямозубые цилиндрические передачи?
20. Каким образом в прямозубой передаче можно уменьшить контактные напряжения?
21. Почему для изготовления шестерни берут более твердый материал, чем для изготовления колес? В каких случаях это обосновано?
22. Почему в шевронных передачах угол наклона зубьев выше, чем в косозубых?
23. Почему косозубые передачи прочнее, чем прямозубые?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 20.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ, КОНСТРУИРОВАНИЕ

Цель: закрепление теоретических знаний по теме «Механические передачи» и приобретение практических умений в проведении проекторочных и проверочных расчетов червячных передач.

Задание. Рассчитать червячный редуктор по данным, приведенным в таблице

Вариант	N_1 , кВт	i	ω_1 , рад/с	Материал червяка	HR C	Материал венца червячного колеса	Характер передачи	Срок службы, ч	Коэффициент нагрузки (предварительное значение)
1	2	20	75	Сталь 40 X	<45	Бр.ОФ10-1	реверсивная	20000	1,2
2	5	16	98	Сталь 40 X	<45	Бр.ОФ10-1	реверсивная	20000	1,2
3	7	30	150	Сталь 40 X	<45	Бр.ОФ10-1	реверсивная	20000	1,2
4	10	20	98	Сталь 40 X	<45	Бр.ОФ10-1	неревверсивная	неограничен	1,3
5	14	20	150	Сталь 40 X	<45	Бр.ОФ10-1	неревверсивная	неограничен	1,3
6	17	50	300	Сталь 40 X	<45	Бр.ОФ10-1	неревверсивная	Неограничен	1,3
7	20	40	100	Сталь 45	>45	Бр.ОНФ	реверсивная	неограничен	1,1
8	25	30	151	Сталь 45	>45	Бр.ОНФ	реверсивная	неограничен	1,1
9	4	20	98	Сталь 45	>45	Бр.ОНФ	реверсивная	неограничен	1,1
10	6	31	151	Сталь 45	>45	Бр.ОНФ	реверсивная	25000	1,25
11	8	25	100	Сталь 45	>45	Бр.ОЦС6-6-3	реверсивная	25000	1,25
12	10	25	75	Сталь 45	>45	Бр.ОЦС6-6-3	реверсивная	25000	1,25
13	12	49	98	Сталь 40	>45	Бр.ОЦС6-6-3	неревверсивная	неограничен	1,3
14	14	25	150	Сталь 40	>45	Бр.АЖ9-4	неревверсивная	неограничен	1,3
15	16	30	300	Сталь 40	>45	Бр.АЖ9-4	неревверсивная	неограничен	1,3
16	18	75	150	Сталь 40	>45	Бр.АЖ9-4	реверсивная	неограничен	1,25
17	5	15	75	Сталь 40	>45	Бр.АЖ9-4	реверсивная	неограничен	1,25
18	10	24	98	Сталь 40	>45	Бр.АЖ9-4	реверсивная	неограничен	1,25
19	15	49	150	Сталь 45	>45	Бр.ОФ10-1	реверсивная	25000	1,1
20	20	40	98	Сталь 45	>45	Бр.ОФ10-1	реверсивная	25000	1,1
21	25	40	150	Сталь 45	>45	Бр.ОФ10-1	реверсивная	25000	1,1
22	30	25	300	Сталь	>45	Бр.ОФ10-1	нереввер-	10000	1,15

				45			сивная		
23	3	50	98	Сталь 45	>45	Бр.ОФ10-1	нереверсивная	10000	1,15
24	6	19	150	Сталь 45	>45	Бр.ОФ10-1	нереверсивная я	10000	1,15
25	9	38	100	Сталь40 X	>45	Бр.ОНФ	нереверсивная	неограничен	1,25
26	12	20	150	Сталь40 X	>45	Бр.ОНФ	нереверсивная	неограничен	1,25
27	15	16	76	Сталь40 X	>45	Бр.ОНФ	реверсивная	неограничен	1,25
28	18	30	76	Сталь40 X	>45	Бр.ОЦС6-6-3	реверсивная	20000	1,3
29	21	25	150	Сталь40 X	>45	Бр.ОЦС6-6-3		20000	1,31,3
30	24	75	98	Сталь40 X	>45	Бр.ОЦС6-6-3	реверсивная	20000	

Для закрытых и открытых червячных передач проектным является расчет на контактную прочность.

Расчет зубьев червячного колеса на изгиб является проверочным за исключением открытых передач при $z_2 > 80$.

Исходные данные те же, что и в зубчатой передаче: передаваемая мощность P , вращающий момент T , передаточное число u , угловые скорости валов червяка ω_1 (частота вращения л,) и червячного колеса ω_2 , режим работы передачи.

Последовательность проектировочного расчета.

1. В зависимости от условий работы передачи и дополнительных требований задать скорость скольжения и выбрать материал червяка и червячного колеса (зубчатого венца), рассчитать допускаемые напряжения $[\sigma]_H$ и $[\sigma]_F$.

2. Определить передаточное число (или угловые скорости валов), а в зависимости от передаточного числа выбрать число витков червяка z_1 и число зубьев колеса z_2 . При этом принимают $z_2 > 28$.

3. Из условия $\rho \approx 0,25z_2$ задать коэффициент диаметра червяка ($\rho = 7,1 \div 25$ — оптимальные пределы), коэффициенты K_p , K_v , КПД и определить межосевое расстояние из условия контактной прочности.

4. Определить модуль зацепления m и округлить его до ближайшего стандартного значения.

5. В зависимости от полученного модуля m уточнить межосевое расстояние по формуле $a = 0,5(\rho + z_2)$ округлив его до целого числа.

6. Произвести геометрический расчет передачи, найти d , d_a , d_f и другие размеры, определить ее конструктивные элементы L , B , d_{M1} .

Тело червяка проверяют на прочность и жесткость (расчет валов на кручение).

7. Из условия $v_{ск} = (0,015 \div 0,055)\omega_1$, (м/с) вычислить скорость скольжения $v_{ск}$ и определить угол трения.

8. Вычислить КПД передачи и сравнить его значение с предварительно принятым. При значительных расхождениях произвести повторный расчет передачи.

9. По окончательно установленным параметрам передачи уточнить величину расчетной нагрузки, определить фактические контактные напряжения и сравнить их

с соответствующими допускаемыми значениями (допускается недогрузка не более 10 % и перегрузка до 5%).

10. Определить число зубьев эквивалентного колеса z_v , выбрать коэффициент формы зуба Y_F , рассчитать фактические напряжения изгиба в зубьях колеса и сравнить их с допускаемыми.

11. Провести тепловой расчет передачи.

Контрольные вопросы.

1. В чём заключается принцип конструкции червячной передачи?
2. Каковы достоинства и недостатки червячных передач?
3. Каковы материалы и виды термообработки для деталей червячных передач?
4. В чем состоит тепловой расчет передач? Почему он особенно важен для червячных передач?
5. Почему червячная передача работает с повышенным скольжением? Как скольжение влияет на работу передачи?
6. Из каких материалов изготавливают червяки и зубчатые венцы червячных колес? Какие факторы определяют выбор материала?
7. Каковы основные виды разрушения зубьев червячных колес?
8. Из каких материалов изготавливают червяк и колесо?
9. Каковы основные виды разрушений червячной передачи?
10. На чем основан расчет червячных передач на прочность?
11. В каких случаях и почему целесообразно применять червячную передачу?
12. По каким критериям работоспособности рассчитывают червячную передачу? Какой вид разрушений является более распространенным для закрытых зубчатой и червячной передач?
13. К чему приводит повышение скорости скольжения в червячной передаче?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 21.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ РЕМЕННОЙ ПЕРЕДАЧИ

Рассчитать основные параметры и размеры открытой плоскоременной горизонтальной передачи привода конвейера

Данные для расчета взять в табл. 5.6 и занести в табл. 5.9

Таблица 5.9 Исходные данные плоскоременной передачи

Передача	Мощность на ведущем (вед) шкиве, P_d , кВт	Передаточное число, $u_{\text{рем}}$	КПД, $\eta_{\text{рем}}$	Частота вращения вед. шкива, n_d , об/мин	Вращающий момент на вед. шкиве, M_d , Н·м
Ременная					

1. Выбираем тип ремня по табл. 5.10 (выбранные данные обвести)

Таблица 5.10 Ремни плоские резиноканевые (выборка)

Техническая характеристика прокладок	Материал прокладки	
	БКНЛ-65	ТА-150

Количество прокладок i при ширине ремня b , мм		
20, 25, 40	3-5	
50, 63, 71	3-5	
80, 90, 100, 112	3-6	3-4
Толщина 1 прокладки с резиновой прослойкой, мм	1,2	1,3
Допускаемая приведенная удельная нагрузка $[q]_0$	3	10

Все полученные значения параметров, без указаний, округляют до ближайшего большего стандартного числа (целого четного или кратного 5)

2. Определяем диаметры шкивов ременной передачи, D_i , мм:

$$D_1 \geq (52...64) \cdot \sqrt[3]{M_d}$$

диаметр D_1 округляют до стандартного значения: 56; 63; 71; 80; 90; 100; 112; 125; 140; 160; 180; 200; 224; 250; 280; 315; 355; 400; 450; 500-2000.

$$D_2 \geq u_{\text{рем}} \cdot D_1$$

3. Определяем окружную скорость ремня, v , м/с:

$$v = \pi D_1 n_d / 60000$$

4 Определяем геометрические параметры передачи

4.1 Определяем межосевое расстояние передачи, a , мм:

$$a_{\min} \geq 1,5(D_1 + D_2), a$$

4.2 Определяем угол обхвата на ведущем шкиве, α_1 , градус:

$$\alpha_1 = 180^\circ - \left(\frac{D_2 - D_1}{a} \cdot 57^\circ \right), [\alpha_1] \geq 150^\circ$$

4.3 Определяем угол между ветвями ремня, γ , градус:

$$\gamma = (180^\circ - \alpha_1) / 2$$

4.5 Определяем расчетную длину ремня, L_p , м:

$$L_p \geq 2 \cdot a + \frac{\pi(D_1 + D_2)}{2} + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4 \cdot a}$$

5. Определяем частоту пробегов ремня, Π , об/с:

$$\Pi = v / L_p, [\Pi] \leq 10 \text{ об/с}$$

6. Определяем окружную силу, передаваемую ремнем, F_t , Н:

$$F_t = 2000 \cdot M_d / D_1$$

7. Определяем допускаемую рабочую нагрузку, $[q]$, Н/мм:

$$[q] = [q]_0 \cdot C_0 \cdot C_\alpha \cdot C_v / C_p,$$

где $[q]_0$ — допускаемая приведенная удельная нагрузка, см. табл. 5.10;

C_0 — коэффициент угла наклона линии центров шкивов к горизонту, для горизонтальной передачи $C_0 = 1$;

C_α — коэффициент угла обхвата малого шкива:

$$\alpha_1^\circ \quad 180 \quad 170 \quad 160 \quad 150$$

$$C_\alpha \quad 1,0 \quad 0,97 \quad 0,94 \quad 0,91$$

C_v — коэффициент влияния центробежных сил:

$$v, \text{ м/с} \quad 1 \quad 10 \quad 20 \quad 30$$

$$C_v \quad 1,04 \quad 1,0 \quad 0,88 \quad 0,68$$

C_p — коэффициент динамичности нагрузки и режима работы,

$C_p = 1$ — нагрузка спокойная; $C_p = 1,2$ — с умеренными колебаниями.

8. Определяем ширину ремня (мм):

$$b \geq F_t / (i \cdot [q])$$

где i — количество прокладок в ремне, уточняем по табл. 5.11

Таблица 5.11 Рекомендуемый диаметр ведущего шкива

Количество прокладок, i	Диаметр шкива, мм; для скорости до, м/с					
	5	10	15	20	25	30
4	112	125	160	280	200	225
5	160	180	200	225	250	280
6	250	280	320	360	400	450

9. Определяем силу предварительного натяжения ремня, F_0 , Н:

$$F_0 = b \cdot i \cdot q_0$$

где q_0 — удельная сила предварительного натяжения, приходящаяся на 1 мм ширины 1 прикладки (Н/мм):

для передач с натяжением силами упругости (пружинами)

$$a \leq 2(D_1 + D_2) \quad q_0 = 2; \text{ или } a > 2(D_1 + D_2) \quad q_0 = 2,25;$$

при автоматическом натяжении ремня $q_0 = 2,5$.

10. Определяем нагрузку, действующую на валы и опоры, R , Н:

$$R = 2F_0 \cdot \sin(\alpha_1 / 2)$$

Рассчитанные параметры ременной передачи заносят в контрольную таблицу

5.12

Таблица 5.12 Параметры плоскоремной передачи

Параметры	Значения
Диаметры шкивов, мм	D_1, D_2
Межосевое расстояние передачи; a , мм	
Угол обхвата ведущего шкива; α_1^0	
Угол между ветвями ремня; γ^0	
Окружную скорость ремня; v , м/с	
Размеры ремня; b, δ, L , мм	$b; \delta; L$
Нагрузка, действующая на валы; R , Н	

Примечание:

Чертеж схемы плоскоремной передачи должен иметь вид передачи сбоку. На чертеже должны быть проставлены габаритные размеры передачи, межосевое расстояние, диаметры шкивов, углы обхвата ведущего шкива и между ветвями ремня, направление и значение скорости вращения ремня (см. рис. 5.7).

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 22.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ЦЕПНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Цель: ознакомить обучающихся с устройством промышленных цепных передач.

Обучающийся должен знать:

обоснованность применения цепных передач

основы расчета цепных передач

должен уметь :

составить кинематическую схему привода с цепной передачей

пользоваться технической литературой по расчету передач

Цепные передачи передают большие нагрузки при прочих равных условиях, чем ременные, но меньшие, чем зубчатые передачи. Они обеспечивают постоянство передаточного числа и могут работать при значительных кратковременных перегрузках. Поскольку цепные передачи действуют по принципу зацепления, им не требуется предварительного натяжения, за счет чего уменьшается нагрузка на валы и опоры.

Цепные передачи могут быть открытыми с периодическим смазыванием (зерноуборочные комбайны, сельскохозяйственные машины) и закрытыми с непрерывным смазыванием (дизельные двигатели). Цепи этих передач стандартизированы и изготавливаются специализированными заводами.

В зависимости от характера работы различают приводные (бывают втулочными, роликовыми и зубчатыми)

тяговые и грузовые цепные передачи.

Втулочные однорядные ПВ и двухрядные 2ПВ цепи состоят из внутренних пластин, напрессованных на втулки наружных пластин.

Роликовые цепи бывают однорядные: легкой (ПРЛ) и нормальной (ПР) серий длиннозвенные (ПРД) и двухрядные (2ПР).

Для них характерно наличие свободного вращающегося ролика на втулке. Ролики заменяют трение скольжения между втулками и зубьями звездочек трением качения, за счет чего износостойкость роликовых цепей по сравнению с втулочными значительно выше.

Конструктивные элементы.

Зубчатая цепь состоит из набора пластин с двумя зубообразными выступами. Зубчатые цепи работают более плавно по сравнению с другими они более тяжелые, сложные в изготовлении дорогие. Ширина зубчатых цепей может быть достаточно большой, поэтому их

применяют для передачи больших мощностей. Приводные цепи при наличии герметичного корпуса смазывают окунанием в масляную ванну или масляным туманом (привод распределительного вала двигателей внутреннего сгорания). Открытые цепи, работающие при

скорости до 8 м/с, смазывают через 120–180 погружением в разогретую консистентную смазку (в зерноуборочных комбайнах и сельскохозяйственной технике).

Цепи работающие при скорости до 4 м/с, периодически смазывают вручную с помощью масленки через 6–8 ч работы.

Материал для изготовления цепей.

Пластины изготавливают из сталей 40, 45, 50, 30ХН3А с закалкой до твердости 32–44 HRC; валики, втулки, ролики – из цементируемых сталей 10, 15, 20, 12ХН3А, 20ХН3А, 30ХН3А с термообработкой до твердости 40–65 HRC

Звездочки изготавливают из сталей 40, 45, 40Х, 50Г2, 35ХГСА, 40ХНс закалкой до твердости 40–50 HRC или из цементируемых сталей 15, 20, 15Х, 20Х, 12ХН2 с термообработкой до твердости 50–60 HRC

. Для звездочек тихоходных передач, работающих при скорости до 3 м/с, используют серый или модифицированный чугун С415, С418, С420, С430 с твердостью поверхности до НВ 260–300.

Практическое занятие основано на изучении цепной передачи двигателя ВАЗ 2107. Передача осуществляется двухрядной втулочно-роликовой цепью. Необходимо измерить параметры передачи и произвести расчет исходя из данных двигателя: номинальная мощность $P=63$ кВт.ч. оборотов холостого хода 980 об/мин. число оборотов распредвала 490 об/мин.

Расчет произвести по следующей схеме, сравнив расчетные показатели с фактом.

Определяем передаточное отношение ϵ

Определяем число зубьев малой звездочки $Z_{\min}=29-2\epsilon$

Определяем вращающий момент $T=P/\Omega_1$

По угловой скорости принимаем допустимое давление в шарнире

Предварительно определяем шаг цепи $p=\sqrt[3]{T_1 \cdot K_{\epsilon} / v \cdot Z_1 \cdot [p]_{\epsilon}}$

Определяем скорость цепи $V= p \cdot z_1 \cdot \Omega_1 / 2\pi$

Определяем расчетное давление в шарнирах $p_{\epsilon}=F_t \cdot K_{\epsilon} / d_0 B$

Сравнить с допускаемым.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 23.

ВЫПОЛНЕНИЕ ПРОЕКТИРОВОЧНОГО И ПРОВЕРОЧНОГО РАСЧЕТОВ ВАЛОВ ПЕРЕДАЧИ

Цель занятия: ознакомить обучающихся с основными конструкциями валов и методикой расчета.

Расположение опор относительно зубчатых колес симметрично. Сила, действующая на вал со стороны цепной передачи $F_{\text{цеп}}$, направлена под углом $\Theta = 30^\circ$ к горизонту. Зубчатое колесо вращается по ходу часовой стрелки, если смотреть на него со стороны звездочки. Данные для расчета взять в табл. 5.6 и табл. 5.8, занести в табл. 5.13

Таблица 5.13 Исходные данные

Силы в зацеплении, Н			Делительный диаметр зубчатого колеса; d_2 , мм	Ширина венца зубчатого колеса; b_2 , мм	Вращающий момент на валу колеса; M_2 , Н·м
F_{t2}	F_{r2}	F_{a2}			

Все полученные значения параметров, без указаний, округляют до ближайшего большего стандартного числа по ГОСТ 6636-69 (целого четного или кратного 5)

1 Проектировочный расчет вала

1.1 Выбираем материал вала

Для изготовления вала принимаем сталь 45 с $[\tau_k] = 20$ МПа; $[\sigma_{\text{ли}}] = 65$ МПа.

1.2 Определяем диаметр выходного конца вала из расчета на кручение, d_B , мм:

$$d_B \geq 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_2}{0,2 \cdot [\tau_k]}}$$

округляем значение диаметра до ближайшего большего стандартного: 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 45; 48; 50; 53; 56; 60; 63; 67; 71; 75; 80; 85.

1.3 Определяем диаметр вала в местах расположения подшипников, d_{Π} , мм:

$$d_{\Pi} = d_B + 2 \cdot t,$$

где t — высота заплечика подшипника, выбирается из таблицы 5.14.

Расчетное значение d_{Π} округляют до ближайшего большего числа делящегося на «5».

1.4 Определяем диаметр вала в месте установки зубчатого колеса, d_K , мм:

$$d_K = d_{\Pi} + 3 \cdot r,$$

где r — координата фаски подшипника, выбирается по таблице 5.14.

1.5 Определяем длину посадочного конца вала под звездочку, l_{MT} , мм:

$$l_{MT} = 1,5 \cdot d_B$$

1.6 Определяем длину промежуточного участка тихоходного вала, $l_{КТ}$, мм:

$$l_{КТ} = 1,2 \cdot d_{\Pi}$$

1.7 Определяем диаметр наружной резьбы конического конца вала, d_p , мм:

$$d_p = 0,9 \cdot [d_B - 0,1 l_{MT}]$$

Примечание: Входной и выходной валы редукторов имеют цилиндрические или конические консольные участки для установки полумуфт, шкивов, звездочек, зубчатых колес. Размеры консольных участков стандартизированы:

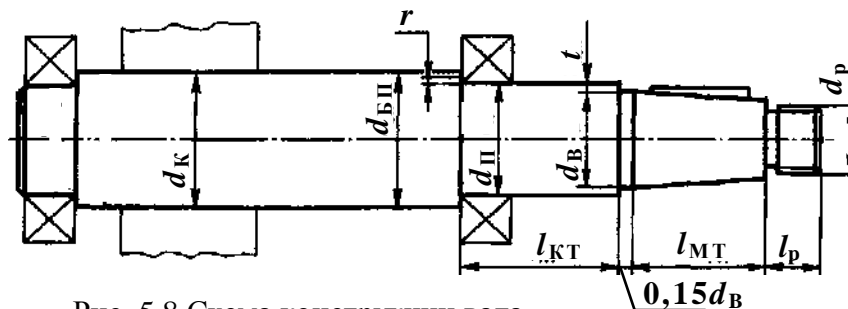


Рис. 5.8 Схема конструкции вала

ГОСТ 12080-66 «Концы валов цилиндрические»;

ГОСТ 12081-72 «Концы валов конические».

Таблица 5.14 Справочные параметры для конструирования вала

Параметры	Значения, мм									
d_B	17-23	24-31	32-39	40-44	45-51	52-59	60-66	67-79	80-89	90-95
$t_{\text{ЦИЛ}}$	3,0	3,5	3,5	3,5	4,0	4,5	4,6	5,1	5,6	5,6
$t_{\text{КОН}}$	1,5	1,8	2,0	2,3	2,3	2,5	2,7	2,7	2,7	2,9
r	1,5	2,0	2,5	2,5	3,0	3,0	3,5	3,5	2,7	4,0

1.8 Эскизная разработка конструкции вала и оценка его размеров по чертежам рис. 5.8, рис. 5.9, а. Конструктивно назначаем: l_1 , l_2 , l_3 :

$$l_2 = l_3 = b_2 / 2 + (20 \dots 30),$$

$$l_1 = l_2 + (10 \dots 20)$$

2 Проверочный расчет вала (см. рис. 5.9)

2.1 Определяем силу, действующую на вал со стороны цепной передачи, F_A , Н:

$$F_A = F_{\text{цеп}} = 125 \cdot \sqrt{M_2},$$

2.2 Силу F_A , с которой цепная передача действует на вал, раскладываем на составляющие в вертикальной и горизонтальной плоскостях (рис. 5.9, б)

$$F_{Ay} = F_A \cdot \sin \Theta = F_A \cdot \sin 30^\circ;$$

$$F_{Ax} = F_A \cdot \cos \Theta = F_A \cdot \cos 30^\circ$$

2.3 Определяем изгибающие моменты в опасных сечениях¹ вала и строим эпюру в вертикальной плоскости (см. рис. 5.9, в)

определяем реакции опор, Н:

$$\sum M_B = 0; F_{Ay} \cdot l_1 + F_t \cdot l_2 - R_{Гy}(l_2 + l_3) = 0; R_{Гy} = (F_{Ay} \cdot l_1 + F_t \cdot l_2) / (l_2 + l_3);$$

$$\sum M_{Г} = 0; F_{Ay}(l_1 + l_2 + l_3) - R_{By}(l_2 + l_3) - F_t \cdot l_3 = 0; R_{By} = [F_{Ay}(l_1 + l_2 + l_3) - F_t \cdot l_3] / (l_2 + l_3)$$

определяем значения изгибающих моментов в опасных сечениях, Н·м:

$$\text{точка Б, сеч. I-I, справа, } M_{xB} = F_{Ay} \cdot l_1$$

$$\text{точка В, сеч. III-III, справа, } M_{xB} = F_{Ay} \cdot (l_1 + l_2) - R_{By} \cdot l_2$$

$$\text{точка В, сеч. III-III, слева, } M_{xB} = R_{Гy} \cdot l_3$$

2.4 Определяем изгибающие моменты в опасных сечениях вала и строим эпюру в горизонтальной плоскости (см. рис. 5.9, г):

определяем реакции опор, Н:

$$\sum M_B = 0; F_{Ax} \cdot l_1 - F_r \cdot l_2 - F_a \cdot d_2 / 2 - R_{Гx}(l_2 + l_3) = 0; R_{Гx} = (F_{Ax} \cdot l_1 - F_r \cdot l_2 - F_a \cdot d_2 / 2) / (l_2 + l_3)$$

$$\sum M_{Г} = 0; F_{Ax}(l_1 + l_2 + l_3) - R_{Bx}(l_2 + l_3) + F_r \cdot l_3 - F_a \cdot d_2 / 2 = 0;$$

$$R_{Bx} = [F_{Ax} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) + F_r \cdot l_3 + F_a \cdot d_2 / 2] / (l_2 + l_3)$$

2.5 Определяем значения изгибающих моментов в опасных сечениях, Н·м:

$$\text{точка Б, сеч. I-I, справа, } M_{yB} = F_{Ax} \cdot l_1$$

$$\text{точка В, сеч. III-III, справа, } M_{yB} = F_{Ax} \cdot (l_1 + l_2) - R_{Bx} \cdot l_2$$

$$\text{точка В, сеч. III-III, слева, } M_{yB} = R_{Гx} \cdot l_3$$

2.6 Определяем крутящие моменты, Н·м, в опасных сечениях (см. рис. 5.9, д):

$$M_{kB} = M_{kB} = M_{kA} = M_2$$

2.7 Определяем эквивалентный изгибающий момент в точке Б, Н·м:

$$M_{эквIIIB} = \sqrt{M_{xB}^2 + M_{yB}^2 + M_{kB}^2}$$

2.8 Определяем диаметр посадочного места под подшипник, d_{pB} , мм из упрощенного проверочного расчета вала на усталость:

$$d_{pB} = \sqrt[3]{\frac{M_{эквIIIB}}{0,1 \cdot [\sigma_{-1u}]}}$$

Сравниваем расчетный диаметр посадочного места под подшипник (см. п. 2.6) с принятым из конструктивных рекомендаций (см. п. 1.3) $d_{pB} \leq d_{II}^2$.

2.9. Определяем эквивалентный изгибающий момент в точке В, Н·м:

$$M_{эквIIIB} = \sqrt{M_{xB}^2 + M_{yB}^2 + M_{kB}^2}$$

¹ В соответствии с формой вала предположительно *опасными* являются сечения вала, в которых имеются концентраторы напряжений: I-I – посадка с натягом внутреннего кольца подшипника на вал; II-II – канавка для выхода шлифовального круга; III-III – шпоночный паз.

² При несоответствии неравенства прочность вала в указанном сечении не обеспечивается.

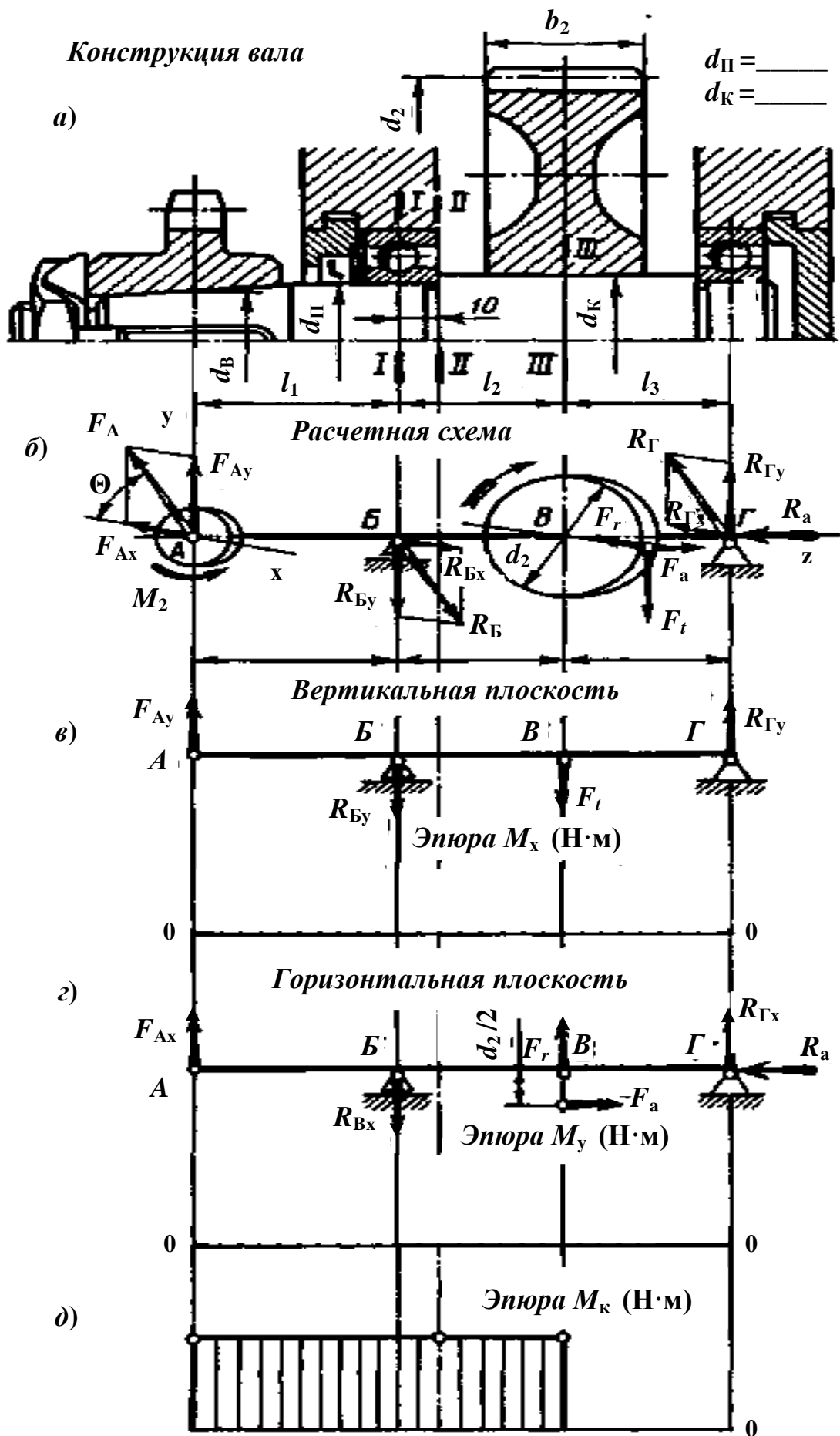


Рис. 5.9 Схема к расчету вала

2.10 Определяем диаметр посадочного места под зубчатое колесо, d_{pB} , мм из упрощенного проверочного расчета вала на усталость:

$$d_{pB} = \sqrt[3]{\frac{M_{эквив}}{0,1 \cdot [\sigma_{-1u}]}}$$

Сравниваем расчетный диаметр посадочного места под зубчатое колесо (см. п. 2.8) с принятым из конструктивных рекомендаций (см. п. 1.4) $d_{pB} \leq d_K$.

Рассчитанные параметры вала зубчатой передачи заносят в контрольную таблицу 5.15

Таблица 5.15 Параметры ведомого вала зубчатой передачи

Параметры	Значения
Диаметр выходного конца вала, мм	d_B
Диаметр посадочного места под подшипник, мм	d_{Π}
Диаметр посадочного места под зубчатое колесо, мм	d_K
Нагрузки, действующие на подшипник, кН	$F_{a2}; R_{Бх}; R_{Гх}; R_{Бу}; R_{Гу}$

2.11. Сделайте вывод.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 24.

ПОДБОР И РАСЧЕТ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ ПО ДИНАМИЧЕСКОЙ ГРУЗОПОДЪЕМНОСТИ И ДОЛГОВЕЧНОСТИ. КОНСТРУИРОВАНИЕ УЗЛА ПОДШИПНИКА.

Подобрать подшипники качения для ведомого вала цилиндрической косозубой передачи

Требуемая долговечность подшипников $[L_{10h}] = 12 \cdot 10^3$ часов, надежность работы – 90 %. Условия применения подшипников – обычные. Данные для расчета взять в табл. 5.6, 5.8, 5.15 и занести в табл. 5.16

Таблица 5.16 Исходные данные

Нагрузки, действующие на подшипники; Н					Диаметр вала под подшипник; d_{Π} , мм	Частота вращения ведомого вала; n_2 , об/мин
$R_{Бх}$	$R_{Бу}$	$R_{Гх}$	$R_{Гу}$	F_a		

1. Выбор типа подшипников

По условиям компоновки и работы подшипниковых узлов и с учетом небольшой величины осевой нагрузки назначаем для обеих опор шариковый радиальный однорядный подшипник (см. табл. 5.17)

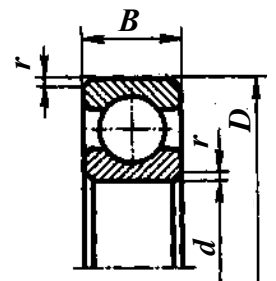


Таблица 5.17 Основные параметры подшипников по ГОСТ 8338-75 (выборка)

Обозначение	Размеры, мм				Грузоподъемность, кН		Обозначение	Размеры, мм				Грузоподъемность, кН	
	d	D	B	r	C_r	$C_{ог}$		d	D	B	r	C_r	$C_{ог}$
204	20	47	14	1,5	12,7	6,2	210	50	90	20	2	35,1	19,8

205	25	52	15	1,5	14,0	6,95	211	55	100	21	2,5	43,6	25,0
206	30	62	16	1,5	19,5	10,0	212	60	110	22	2,5	52,0	31,0
207	35	72	17	2	25,5	13,7	213	65	120	23	2,5	56,0	34,0
208	40	80	18	2	32,0	17,8	214	70	125	24	2,5	61,8	37,5
209	45	85	19	2	33,2	18,6	215	75	130	25	2,5	66,3	41,0

По таблице 5.17 в соответствии с посадочным диаметром на вал, где $d = d_{\Pi}$, выбираем подшипник и выписываем все его характеристики. В соответствии с условиями работы и типом подшипника принимаем коэффициенты для расчета: $V = 1$; $K_B = 1,3$; $K_T = 1$; $X = 1$; $Y = 0$; $a_1 = 1$; $a_{23} = 0,7$.

Все полученные значения параметров, без указаний, округляют до ближайшего большего стандартного числа по ГОСТ 6636-69 (целого четного или кратного 5)

2. Определяем суммарные реакции опор вала, R_i , Н (см. задача IV, рис. 5.9):

$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2}; R_T = \sqrt{R_{Tx}^2 + R_{Ty}^2}$$

Далее расчет ведем по наиболее нагруженной опоре, $R_{i \max}$, Н.

3. Определяем эквивалентную динамическую нагрузку на подшипник, P_r , Н:

$$P_r = (VXR_{i \max} + YF_a) \cdot K_B \cdot K_T$$

4. Определяем скорректированную расчетную долговечность подшипника, L_{10ah} , час:

$$L_{10ah} = a_1 \cdot a_{23} \left(\frac{C_r}{P_r} \right)^3 \cdot \frac{10^6}{60 \cdot n_2}$$

5. Оцениваем пригодность выбранного подшипника по соотношению

$L_{10ah} \geq [L_{10h}]$; и делаем вывод. В выводе необходимо написать соблюдается ли условие пригодности. При несоответствии перерасчет не проводить

Конструирование подшипникового узла (см. рис. 5.11)

Схема установки подшипников — «враспор» — вал зафиксирован в двух опорах, причем в каждой опоре в одном направлении.

В конструкции редуктора (см. рис. 5.11) применены закладные крышки, регулирование радиальных подшипников выполнено установкой компенсаторного кольца, установленного между торцами наружного кольца подшипника и крышки. Для удобства сборки компенсаторное кольцо нужно устанавливать со стороны глухой крышки подшипника.

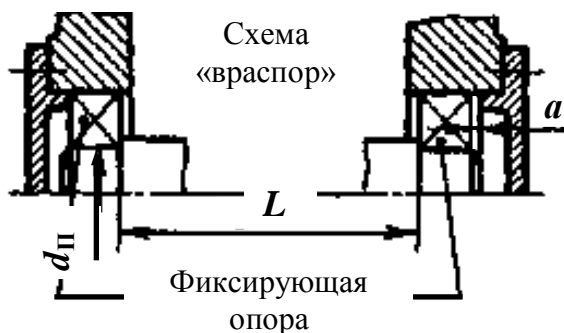


Рис. 5.10 Схема осевого фиксирования вала

При установке радиальных шарикоподшипников между торцом наружного кольца подшипника и торцом крышки подшипника оставляют зазор $a = 0,2 \dots 0,5$ мм для компенсации тепловых деформаций (рис. 5.10).

Зазор оставляют со стороны крышки имеющей отверстие для выходного конца вала. Этот зазор на чертежах сборочных единиц не показывают. Для смазывания зубчатой передачи предусмотрена картерная смазка. При картерном смазывании

зубчатой передачи подшипники смазывают брызгами масла, стекающими с колес, валов и со стенок корпуса. Для смазывания выбираем промышленное масло по таблицам 5.18 и 5.19

Таблица 5.18

Контактное напряжение $\sigma_H=[\sigma_H]$, МПа	Рекомендуемая кинематическая вязкость масла, мм ² /с; при окружной скорости колес, м/с		
	До 2	2...5	Свыше 5
Для зубчатых передач работающих при 40 °С			
До 600	34	28	22
600...1000	60	50	40

Таблица 5.19

Марка масла	Кинематическая вязкость, мм ² /с (см. табл. 19)
Для зубчатых передач работающих при 40 °С	
И-Л-А-22	19...25
И-Г-А-32	29...35
И-Г-А-46	41...51
И-Г-А-68	61...75

Для предупреждения вытекания смазочного масла, а также для защиты от загрязнения извне, подшипниковые узлы снабжают уплотнительными устройствами — манжетами.

Примечания:

Чертеж схемы подшипникового узла ведомого вала зубчатой передачи вычерчивается в соответствии с рис. 5.9. Общий вид редуктора представлен на рис. 5.11. На чертеже указать наименование деталей, входящих в конструкцию подшипникового узла ведомого вала зубчатой передачи. К стандартным деталям относятся: подшипник, компенсаторное кольцо, гайка, шайба, манжета, шпонка.

Сделайте вывод.

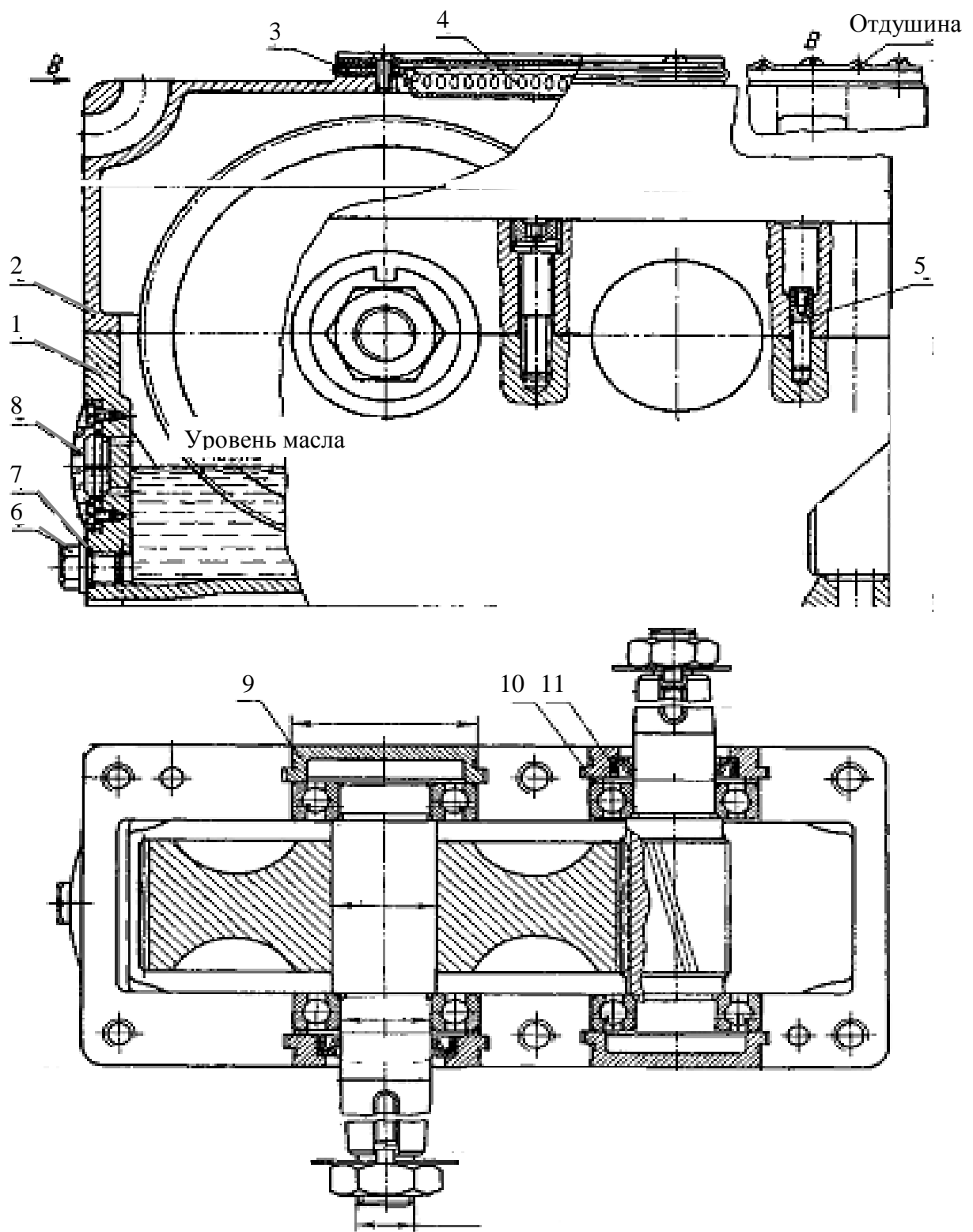


Рис. 5.11 Редуктор цилиндрический одноступенчатый:

1 — корпус; 2 — крышка корпуса; 3 — крышка смотрового люка с отдушиной, окантованная с двух сторон вулканизированной резиной; 4 — фильтр из тонкой проволоки; 5 — установочный штифт конический; 6 — пробка маслослива; 7 — уплотняющая прокладка (кольцо); 8 — маслоуказатель; 9 — крышка подшипника закладная; 10 — компенсаторное кольцо (пружинное); 11 — манжетное уплотнение.